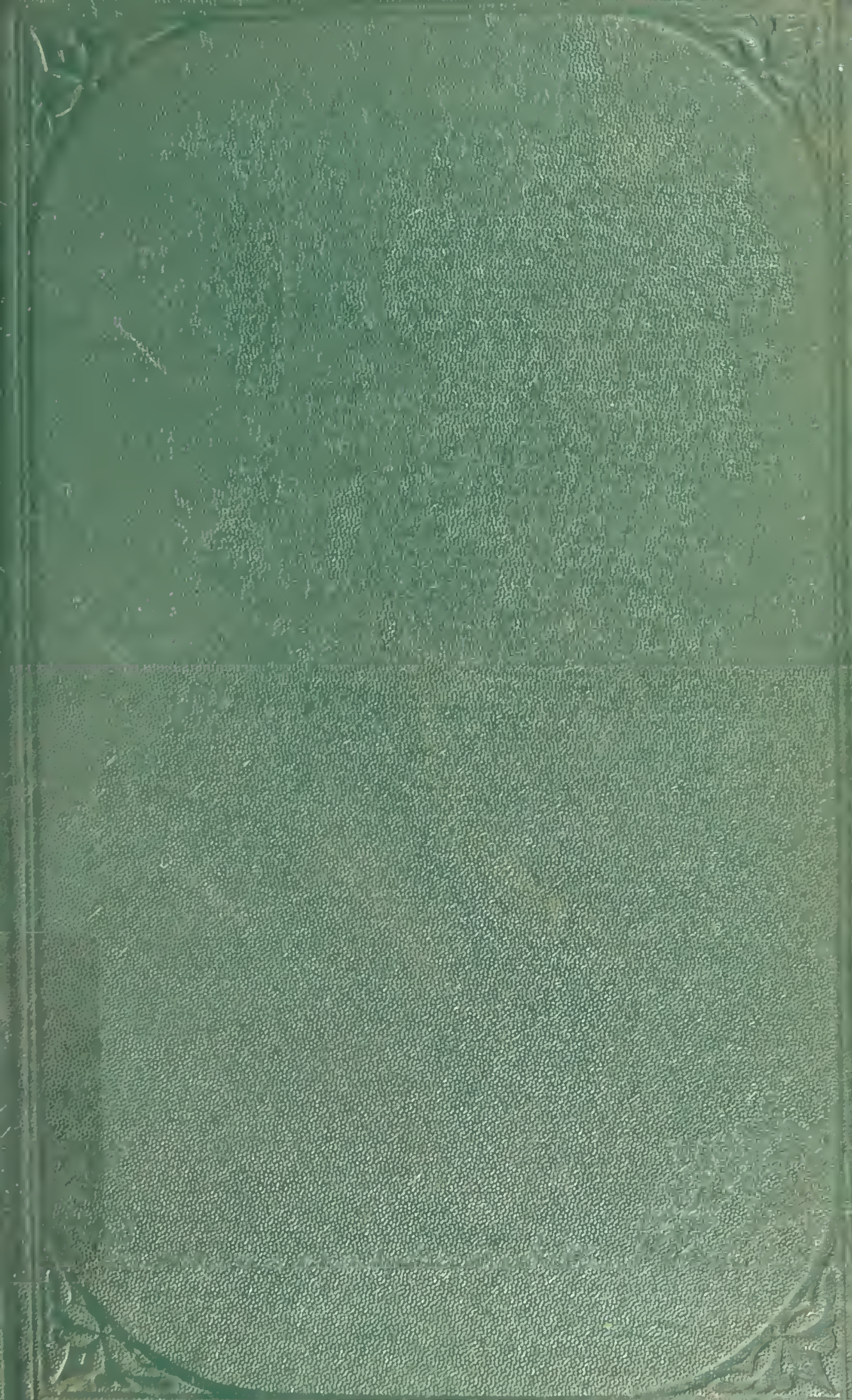
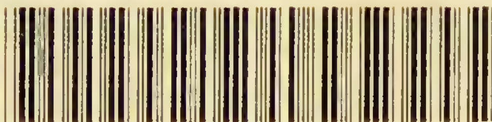




INLEIDING

TOT HET GEBRUIK

VAN DEN

MICROSCOOP

DOOR

DR. E. GILTAY,
PRIVAAT-DOCENT IN DE PLANTEN-PHYSIOLOGIE EN MICROSCOPIE, ASSISTENT BIJ HET BOTANISCH ONDERWIJS AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE LEIDEN.



LEIDEN. — E. J. BRILL.
1885.

BOEKDRUKKERIJ VAN E. J. BRILL TE LEIDEN.

VOORWOORD.

Van de leerboeken, die sedert de groote ontwikkeling, welke door ABBE aan de theoretische microscopie is gegeven, voor de studie van den microscoop en van zijn werking kunnen worden gebezigd, is men beperkt tot twee werken, dat van NÄGELI en SCHWENDENER, en de tweede editie van het werk van DIPPEL. De andere talrijke leerboeken, die in den lateren tijd op dit gebied zijn geschreven, behandelen meer in het bijzonder de leer van het praepareeren der microscopische voorwerpen, en behelzen ten deele ook beschrijvingen van deze laatste zelf; doch wat van de theorie van den microscoop en van het microscopische zien wordt gezegd, is niet veel meer dan daaromtrent in iets uitvoeriger leerboeken der physica wordt aangetroffen.

Het leerboek van NÄGELI en SCHWENDENER, en vooral dat van DIPPEL, hetgeen ten deele met behulp van ABBE zelf is samengesteld, zijn zeker voor ieder, die zich meer in het bijzonder met de studie van den microscoop wil bezig houden, uitmuntende handboeken; voor beginners echter, en voor hen, die niet veel tijd aan dit onderwerp kunnen besteden, kunnen ze daarentegen — om verschillende redenen — slechts weinig geschikt worden geacht.

In deze leemte heb ik door dit leerboek getracht te voorzien;

het is vooral voor beginners, in het bijzonder voor studenten in de natuurwetensehappen en in de medicijnen geschreven.

Wanneer men niet bij de allereerste beginselen van de leer van den microscoop wil blijven staan, dan is eenige kennis van de beeldvorming door optische stelsels, waarvan de diktc niet wordt verwaarloosd, noodzakelijk. Ik heb echter getracht de hierop betrekking hebbende afleidingen zooveel mogelijk aan de wijze, waarop in de meeste leerboeken der physica de lenzen worden behandeld, te doen aansluiten.

Het tweede hoofdstuk over het oog en het zien, en verder over de refractie-anomalieën, is ingevoegd, omdat de meesten, in de periode die voor een betere konnismaking met de theorie van den mieroscoop cn van het microscopische zion is aangewezen, zieh nog niet nader met dc physiologie van het oog hebben bezig gohouden. Voor hen, die later dat gebicd meer uitvoerig beoefenen, zal dan dit hoofdstuk alleen als inleiding hcbben dionst godaan.

In het verderc gedeelto heb ik allos, wat mijns inziens gemist kon worden, van behandoling geheel buiten gesloten. Beschrijvingen van mechanische inrichtingen bij den microscoop zijn beperkt tot de behandeling van een enkele soort statief, dat bij hot gewone werken in de laboratoria steeds wordt gebezigd; van nevenapparaten zijn er slechts twee uitvoeriger besprokon; de behandoling der aborratiën is slochts zeer oppervlakkig, omdat ik meen dat het practische nut van een uitgebreidere bespreking er van betrekkelijk gering is — de wijze waarop op pag. 75 allo aberratiën tot chromatische en sphaerische aberratie zijn samengevat, is dan ook slechts schomatisch.

De door een en ander uitgewonncn plaatsruimte heb ik besteed om alle belangrijke begrippen uit de theoretische microscopie, als: vergrooting, verlichting, openingshoek, numerische apertuur, verband tusschen numerische apertuur en oplossend vermogen, en dergelijke, iets uitvoeriger toe te liehten.

Prof. LORENTZ is zoo goed geweest mij zijn denkbeelden omtrent het verband tusschen de beschouwingen van HELMHOLTZ en van ABBE over de grenzen van het oplossend vermogen van microscopon mede te deelen. In aansluiting daaraan is Hoofdstuk VII bewerkt.

De aan het einde geplaatste vraagstukken zullen, naar ik hoop, aan enkelen een niet onwelkome gelegenheid geven tot toetsing van een juiste opvatting van de hoofdzaken uit het behandelde.

Mocht mijn vertrouwen dat deze »Inleiding" iets zal kunnen bijdragen tot het verspreiden van juiste begrippen omtrent de werking van den microscoop, en omtrent de beteekenis die aan microscopische beelden behoort te worden gehecht, niet worden beschaamd!

November, 1884. E. G.

INHOUD.

EERSTE GEDEELTE.

Gang der lichtstralen. De leer van het zien.

HOOFDSTUK I.

Bepaling van den gang van lichtstralen door middenstoffen, die volgens gecentreerde bolvlakken aan elkander grenzen.

HOOFDSTUK II.

Het oog en het zien.

TWEEDE GEDEELTE.

De microscoop. Theorie der microscopische waarneming.

HOOFDSTUK III.

De enkelvoudige microscoop.

HOOFDSTUK IV.

De samengestelde microscoop.

HOOFDSTUK V.

Het zien door den microscoop.

HOOFDSTUK VI.

Hulpwerktuigen.

HOOFDSTUK VII.

Nadere beschouwing van de beeldvorming bij den microscoop.

STORENDE DRUKFOUTEN.

Pag. 169, regel 10 v. b. staat: stralen kunnen bestaan uit lees: stralen *bijv.* kunnen bestaan uit

" 180, " 5 v. o. staat: objectief-glasmicrometer lees: *object*-glasmicrometer.

EERSTE GEDEELTE.

GANG DER LICHTSTRALEN.

DE LEER VAN HET ZIEN.

HOOFDSTUK I.

Bepaling van den gang van lichtstralen door middenstoffen, die volgens gecentreerde bolvlakken aan elkander grenzen.

§ 1. Elk punt van een zelflichtend, of van een uit alle richtingen licht ontvangend en terugkaatsend voorwerp, zendt, gelijk bekend, in alle richtingen lichtstralen uit, die zich rechtlijnig voortbewegen. Wanneer de lichtkegels, die van zoo'n voorwerp afkomstig zijn, zich steeds in dezelfde middenstof bleven voortplanten, dan zouden de stralen, die van een bepaald punt zijn uitgegaan, niet meer tot vereeniging komen. Wil men echter dat de stralen dier kegels zich weer tot één punt vereenigen, wil men dus dat van het voorwerp een beeld gevormd wordt, dan is het noodzakelijk die lichtkegels in een anders brekend medium te laten overgaan, dat volgens een geschikt vlak aan het eerste grenst.

De werking nu van alle optische instrumenten waarbij terugkaatsing geen hoofdrol speelt, en tot de zoodanige behooren de tegenwoordige microscopen, berust op een dergelijke herhaalde beeldvorming, door herhaalden overgang in middenstoffen, die volgens geschikte vlakken aan elkaar grenzen. Voorloopig kunnen wij aannemen, dat die grensvlakken steeds bolvormig zijn. Is dit ook niet altijd in volkomen overeenstemming met de werkelijkheid, dan kunnen toch de practisch voorkomende gevallen door deze onderstelling gemakkelijk worden begrepen. Het eerste gedeelte onzer taak is dus den gang der lichtstralen door een serie van dergelijke middenstoffen te bepalen.

§ 2, Nemen wij eerst twee middenstoffen van de brekingsindiees m en n (fig. 1), die gescheiden zijn door een bolvlak

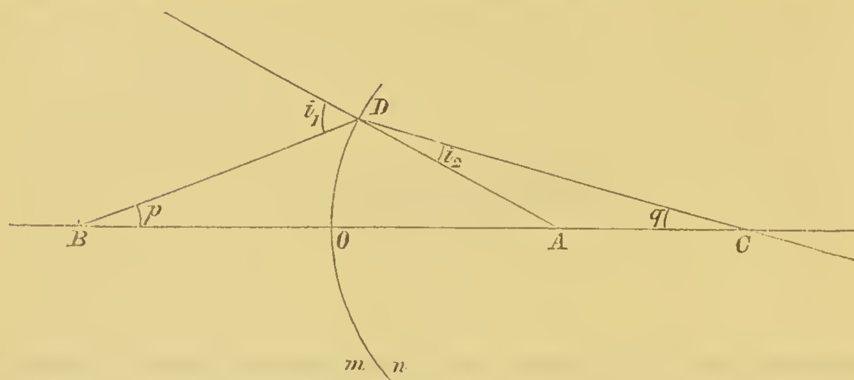


Fig. 1,

met A tot middelpunt. Nemen wij ergens, bijv. in B op een afstand l van O, een lichtend punt aan, en stellen wij ons de vraag, den weg te bepalen, dien een van B uitgaande lichtstraal, bijv. B D, na breking op het grensvlak zal volgen.

Wij weten nu door de brekingswetten vooreerst al, dat de gebroken straal in hetzelfde vlak moet liggen als B D en A D.

Stelt men verder dat D C de juiste riehting van dien gebroken straal aangeeft, dan zal $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n}{m}$.

Wanneer men nu een lijn (een *as*) trekt door het liehtpunt B en door het krommingsmiddelpunt A, dan zal de weg, dien de gebroken straal volgt, geheel bepaald zijn, wanneer de plaats, waar die straal de as snijdt, dus de afstand O C bekend is.

Stellen wij l en b voor O B en O C, en r voor A O, dan is in △ A B D:

$$\frac{l + r}{r} = \frac{\sin i_1}{\sin p},$$

en in △ A C D:

$$\frac{b - r}{r} = \frac{\sin i_2}{\sin q},$$

zoodat wij door deeling dezer vergelijkingen krijgen:

$$\frac{l + r}{b - r} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} \times \frac{\sin q}{\sin p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Nu is $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n}{m}$, terwijl wij uit △ B C D verkrijgen $\frac{\sin q}{\sin p} = \frac{\text{B D}}{\text{C D}}$.

Wanneer verder de hoeken p en q klein genoeg zijn, dan mogen we B O en C O of l en b voor B D en C D stellen. Door substitutie dezer waarden in (1) komt er dan:

$$\frac{l+r}{b-r}=\frac{n}{m}\times\frac{l}{b}, \qquad (2)$$

of:

$$\frac{m}{l}+\frac{n}{b}=\frac{n-m}{r}, \qquad (3^a)$$

terwijl de in (3^a) aangegeven bewerkingen geen andere uitkomst zullen opleveren, wanneer we er voor schrijven:

$$\frac{m}{+l}+\frac{n}{+b}=\frac{n-m}{+r}. \qquad (3^b)$$

Zooals men ziet, komen in de betrekkingen (3) geen hoeken meer voor. Aan één l beantwoordt slechts één b. Men zou dus geneigd zijn er deze gevolgtrekking uit af te leiden: wanneer van uit één punt, op een bolvormig scheidingsvlak tusschen twee middenstoffen lichtstralen invallen, en de hoek, dien die stralen met de door het lichtende punt getrokken as maken, blijft slechts klein genoeg, dan zullen al die stralen, na breking op het grensvlak, elkaar ook weer in één punt van de as ontmoeten.

§ 3. Alvorens wij de betrekkingen (3) als algemeen geldend beschouwen, is het wenschelijk na te gaan, in hoeverre de keus der gegevens er invloed op heeft uitgeoefend. Wij hebben namelijk geheel willekeurig het scheidingsvlak met de bolle

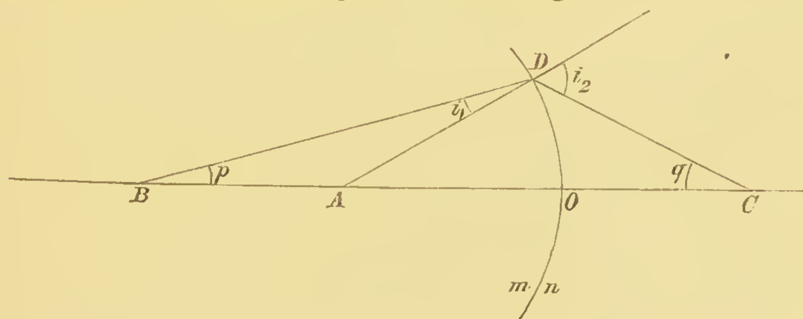


Fig. 2.

zijde naar het lichtende punt toegekeerd geteekend, en wij hebben een stralengang gekozen overeenstemmende met $m < n$.

Verder hebben wij ondersteld dat het snijpunt van den gebroken straal met de as werkelijk bestond, terwijl wij ons evengoed een stralengang kunnen teekenen (zooals bijv. in fig. 3) waarbij de gebroken lichtstraal zelf (D E) de as niet meer ont-

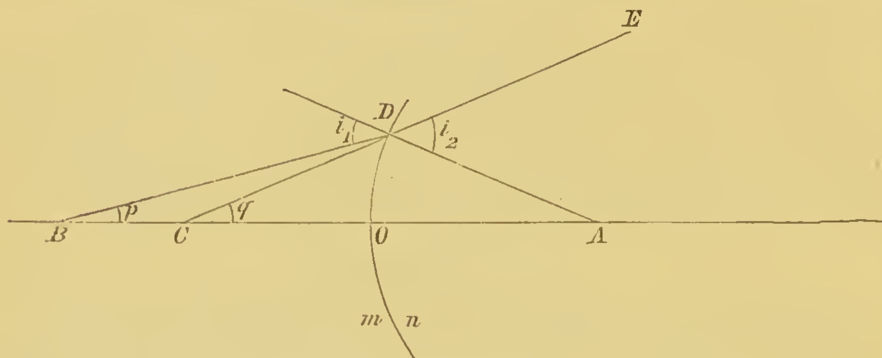


Fig. 3.

moet. Zoo kan men zich verder ook het geval denken (fig. 4) van een bundel lichtstralen (waarvan E D er één is), die wel op één punt (B) gericht zijn, maar die, alvorens door dat punt te gaan, op het grensvlak worden gebroken, in welk geval

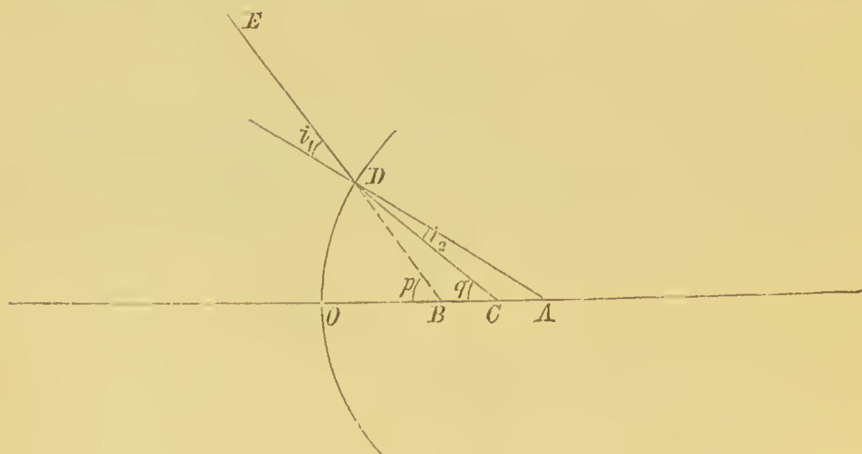


Fig. 4.

men het lichtpunt *virtueel*, en niet, zooals in de gevallen van fig. 1—3, *reëel* noemt.

Bepaalt men zich voorloopig tot de gevallen voorgesteld in de figuren 2, 3 en 4, en stelt men weer $BO = l$, $CO = b$

en $AO = r$, dan zal men gemakkelijk op geheel analoge wijze als voor fig. 1 de volgende betrekkingen afleiden:

$$\frac{m}{l} + \frac{n}{b} = \frac{m-n}{r}, \dots\dots\dots\dots (4^a)$$

$$\frac{m}{l} - \frac{n}{b} = \frac{n-m}{r}, \dots\dots\dots\dots (5^a)$$

$$\frac{n}{b} - \frac{m}{l} = \frac{n-m}{r}, \dots\dots\dots\dots (6^a)$$

terwijl ook deze vergelijkingen weer tot geen andere uitkomsten zullen leiden, als we er achtereenvolgens voor schrijven:

$$\frac{m}{+l} + \frac{n}{+b} = \frac{n-m}{-r}, \dots\dots\dots\dots (4^b)$$

$$\frac{m}{+l} + \frac{n}{-b} = \frac{n-m}{+r}, \dots\dots\dots\dots (5^b)$$

$$\frac{m}{-l} + \frac{n}{+b} = \frac{n-m}{+r}. \dots\dots\dots\dots (6^b)$$

Zooals men ziet, stemmen deze vergelijkingen in vorm volkomen met (3_b) overeen. Slechts wijken de teekens voor l, b of r af.

Wanneer men nu die teekens in (3^b) — (6^b) in verband brengt met de richting, waarin l, b en r van een bepaald vast punt uit moeten worden gemeten, dan is het niet moeielijk deze formules onder één gezichtspunt te vereenigen.

Keeren wij daartoe tot fig. 1 en betrekking (3^b) terug. In deze laatste hebben l, b en r een positief teeken voor zich; merken wij hierbij op, dat in de figuur, waaruit (3^b) is afgeleid, l links van O, doch b en r rechts van O zijn geplaatst.

Beschouwen wij nu bijv. fig. 3 en betrekking (5^b) dan zien wij, dat l en r, die ook weer een positief teeken hebben, aan met het geval van fig. 1 overeenkomstige zijden van O zijn geplaatst, doch dat b, die hier in afwijking van fig. 1 ter linkerzijde van O ligt, in (5^b) ook een negatief teeken heeft.

Wanneer men uit deze beide gevallen reeds een regel moest afleiden, dan zou met eenige waarschijnlijkheid aan den volgenden algemeene geldigheid kunnen worden voorspeld: wanneer van O uitgaande b en r naar de zelfde, l naar de tegenovergestelde zijde moeten worden geme-

ten als waarheen het licht zich beweegt, dan hebben zij in de betrekking tusschen l, b en r een **positief** teeken. Moet daarentegen l naar dezelfde, of moeten b en r naar de tegenovergestelde zijde worden gemeten, als waarheen de lichtstralen zich begeven, dan hebben zij een **negatief** teeken,

Men ziet nu niet alleen spoedig in, dat ook (4^b) en (6^b) met dezen regel in volkomen overeenstemming zijn, doch bij onderzoek blijkt ook verder, dat in de andere mogelijke gevallen overeenstemming bestaat tusschen de vergelijking, welke men met behulp van dien regel onmiddelijk zou opstellen, en die, welke uit de figuren wordt afgeleid.

Al die vergelijkingen kunnen dus in een enkele van den vorm:

$$\frac{m}{\pm l} + \frac{n}{\pm b} = \frac{n - m}{\pm r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7^a)$$

worden samengevat, terwijl dan uit deze voor elk bijzonder geval met behulp van den regel omtrent het teeken de betrekking kan worden afgeleid, die tusschen de numerieke waarden l, b en r zal gelden.

Het zal echter veelal gebeuren, dat men, bijv. bij gegeven l en r, vooraf volstrekt niet weet, aan welke zijde van O de b zal vallen, zoodat men van te voren ook niet de juiste betrekking tusschen l, b en r zou kunnen opstellen.

Wij kunnen echter voor (7^a) ook schrijven:

$$\frac{m}{l'} + \frac{n}{b'} = \frac{n - m}{r'}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7^b)$$

waarin l', b' en r' symbolen zijn voor de getallen l, b en r met hun teeken. Daar dan, om bij het genomen voorbeeld te blijven, uit de gegevens door middel van den regel omtrent het teeken in elk geval bekend is, welke positieve of negatieve waarden men voor l' en voor r' moet substitueeren, zal, na oplossing van b', uit het positief of negatief zijn der uitkomst verder blijken, aan welke zijde van O de gebroken stralen de as snijden. —

De in verband met de algemeene vergelijkingen (7) af te leiden resultaten kunnen wij nu in de volgende woorden samenvatten:

Lichtstralen, die, alvorens zij het scheidingsvlak hebben bereikt, op één punt zijn gericht, zullen, voor zoover zij een voldoend kleinen hoek met de as maken, ook ná breking op het scheidingsvlak op één punt gericht zijn.

Het punt, waarop de stralen bij hun verloop door de eerste middenstof zijn gericht, heet **lichtpunt**, dat, waarop zij in de tweede middenstof gericht zijn, **beeldpunt**.

Wanneer de lichtstralen elkander in het lichtpunt of in het beeldpunt werkelijk snijden, dan noemt men het licht- of beeldpunt **reëel**. Snijden alleen de verlengden van de wegen, die de invallende of de gebroken stralen volgen, elkaar in één punt, dan noemt men het licht- of beeldpunt **virtueel**.

Wanneer de lichtstralen, bijv. van uit het beeldpunt, op hun weg terugkeerden, dan zouden ze ook verder geheel denzelfden weg terug afleggen, als ze bij hun intrede vervolgden. Anders gezegd:

Lichtpunt en beeldpunt behooren wederkeerig bij elkaar (zijn **réciproque**), dat wil zeggen, wanneer het beeldpunt lichtpunt werd, zou ook het lichtpunt beeldpunt worden. Twee dergelijke als licht- en beeldpunt bij elkaar behoorende punten noemt men **geconjugeerde punten**.

§ 4. Uit (7^b) [1]) laten zich eenige bijzondere gevallen afleiden, die van gewicht zijn.

Stelt men $b = \infty$, dan vindt men:

$$l = f_1 = \frac{m\,r}{n - m}, \quad \dots\dots\dots\dots \quad (8)$$

---

1) In de vergelijking (7^b) laten we in het vervolg eenvoudigheidshalve de accenten bij l, b en r weg. Men kan dan verder naar willekeur de daaruit verkregen formules als algemeene formules beschouwen, waarin l, b en r als symbolen voor getallen met hun teekens staan, of als formules op bijzondere gevallen van toepassing (zooals in 't geval van § 4 op fig. 1) waarin l, b en r alleen numerieke waarden beduiden.

en neemt men $l = \infty$, dan komt er:

$$b = f_2 = \frac{n\,r}{n - m}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

welke vergelijkingen de ligging van de bekende **hoofdbrandpunten** (afgekort dikwijls alleen *brandpunten* genoemd) bepalen.

Uit (8) en (9) volgt verder terstond:

$$f_1 : f_2 = m : n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

en:

$$f_2 - f_1 = r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

§ 5. In fig. 5 stelt L L_1 een klein deel van het bolvormige scheidingsvlak tusschen twee middenstoffen voor. A is weer het krommingsmiddelpunt, F_1 en F_2 zijn de beide brandpunten, en B_1, C_1 twee geconjugeerde punten op de as B_1 A C_1. Wanneer nu in een vlak, in B_1 loodrecht op B_1 C_1 opgericht, een ander lichtpunt B_2 ligt, dan zal het daarmede geconjugeerde beeldpunt C_2 vooreerst op de as B_2 A liggen, en verder, wanneer B_2 B_1 klein is, ook in een ander vlak C_1 C_2, dat in C_1 loodrecht op de as staat.

Dergelijke vlakken, die in geconjugeerde punten loodrecht op de as zijn gelegen, noemt men **geconjugeerde vlakken**.

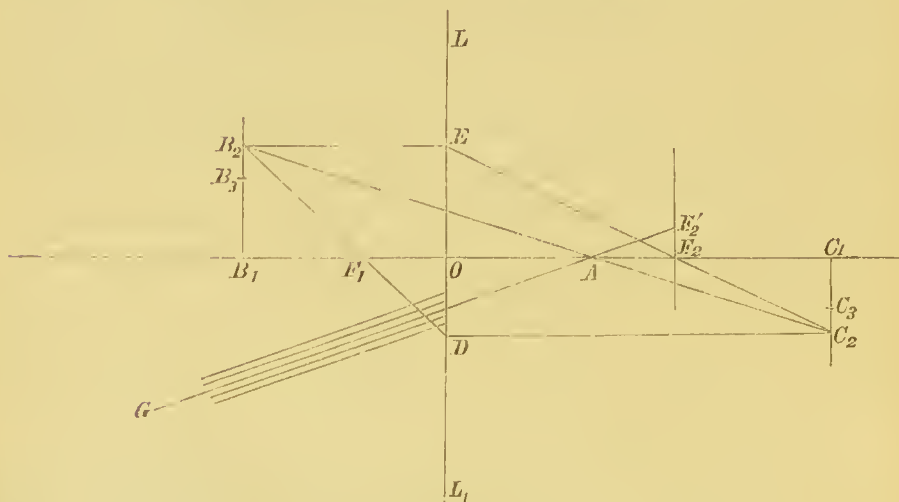


Fig. 5.

Hierdoor is het duidelijk, dat evenwijdige lichtstralen, die slechts weinig ten opzichte van een as B_1 C_1 hellen, tot ver-

eeniging zullen komen in een punt, dat gelegen is in een vlak, hetgeen in het brandpunt F_2 loodrecht op die as is geplaatst. Zoo is bijv. F'_2 het hoofdbrandpunt van een in de richting G A invallenden bundel evenwijdige lichtstralen.

§ 6. Met behulp van fig. 5 zal het den lezer zonder nadere verklaring duidelijk zijn, hoe tot een willekeurig lichtpunt B_2 het beeldpunt kan worden geconstrueerd, wanneer de beide hoofdbrandpunten F_1 en F_2 gegeven zijn. Het bekende verloop na breking van de invallende stralen B_2 E en B_2 D geeft hiertoe het middel aan de hand.

Wanneer de beide vlakken $B_2 B_1$ en $C_2 C_1$ als geconjugeerde vlakken gegeven waren, dan zou het snijpunt van een lijn B_2 A met $C_1 C_2$ reeds het aan B_2 geconjugeerde punt C_2 doen kennen.

Door middel van fig. 6 kan men nu ook, wanneer het scheidingsvlak S, zijn middelpunt van kromming A, en één [1]) der

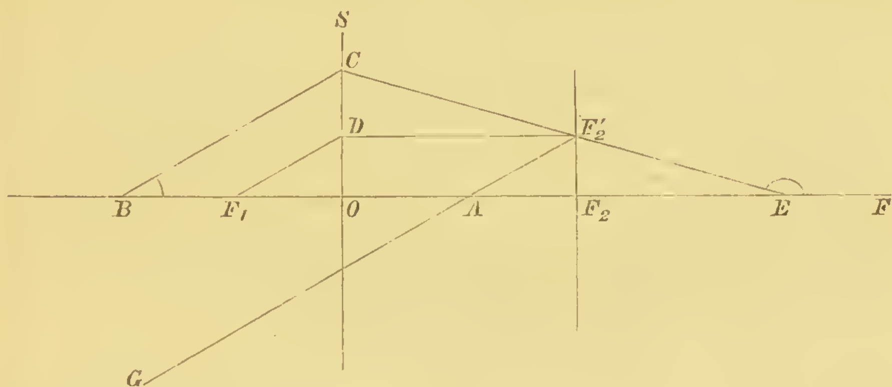


Fig. 6.

brandpunten F_1 en F_2 gegeven zijn, den gebroken straal construeeren, die bij een willekeurigen invallenden straal (bijv. B C), behoort. — Denken wij ons immers dat die straal deel uitmaakt van een evenwijdigen bundel, dan wordt het hoofdbrandpunt van dezen laatsten bepaald door het snijpunt F'_2 van een straal G A met een in F_2 opgericht brandvlak. Daar nu alle

1) Daar, bij gegeven *r*, uit de ligging van één der hoofdbrandpunten ook die van het andere terstond bekend is (11), is het voldoende dat slechts van één de plaats is gegeven.

stralen van den gedachten bundel na breking door F'_2 gaan, zal ook de straal B C na breking den weg C F'_2 E volgen. — De afstand van F'_2 tot F_2 is, zooals men gemakkelijk inziet, ook bepaald door den afstand D O, waarop een evenwijdig aan B C getrokken lijn F_1 D het grensvlak S snijdt.

§ 7. Stelt men in fig. 5 v_1 voor $B_2 B_1$ en $-v_2$ voor $C_2 C_1$, dan vindt men in de gelijkvormige driehoeken $F_1 B_1 B_2$ en F_1 O D:

$$l - f_1 : v_1 = f_1 : -v_2$$

of:

$$\frac{v_1}{v_2} = 1 - \frac{l}{f_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Uit de gelijkvormige driehoeken $F_2 C_1 C_2$ en F_2 O E volgt verder:

$$b - f_2 : -v_2 = f_2 : v_1$$

of:

$$\frac{v_2}{v_1} = 1 - \frac{b}{f_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Daar de geconjugeerde punten B_2 en C_2 willekeurig genomen zijn, wordt dus algemeen de verhouding der afstanden van twee geconjugeerde punten tot de as door (12) en (13) bepaald. Door zich verder voor te stellen dat B_2 het eene, B_1 het andere uiteinde van een lichtend voorwerp vormt, ziet men terstond in, dat deze betrekkingen tevens de grootteverhouding van beeld en voorwerp, dus de **vergrooting** bepalen.

Daar in fig. 5 $B_2 B_1$ boven, en $C_2 C_1$ onder de as ligt, hebben wij één van beide, en wel v_2, met negatief teeken ingevoerd; v_2 en v_1 zelf zijn dus symbolen voor getallen met hun teeken. Omgekeerd zullen dan ook de formulen (12) en (13) doen weten, of in een bepaald geval het beeld al of niet omgekeerd staat met betrekking tot het voorwerp. Vindt men voor $\frac{v_1}{v_2}$ of voor $\frac{v_2}{v_1}$ een negatieve waarde, dan is het beeld omgekeerd, vindt men daarentegen een positieve, dan is het recht.

Uit (12) $\times$ (13) vindt men nog:

$$\frac{v_1}{v_2} \times \frac{v_2}{v_1} = 1 = 1 - \frac{l}{f_1} - \frac{b}{f_2} + \frac{l\,b}{f_1 f_2},$$

of:

$$\frac{f_1}{l} + \frac{f_2}{b} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

§ 8. Tusschen de tangenten der hoeken, die de invallende en de gebroken stralen met de as maken, bestaat in 't algemeen de volgende verhouding (fig. 6):

$$\frac{tg\ \mathrm{OBC}}{tg\ \mathrm{FEC}} = \frac{\frac{\mathrm{CO}}{\mathrm{BO}}}{-\frac{\mathrm{CO}}{\mathrm{EO}}} = -\frac{b}{l}.$$

Deze hoeken zullen dus gelijk zijn, als $b = -l$ of als $l = -b$; door achtereenvolgende substitutie dezer waarden in (14) vinden we, als nader voorwaarde, dat dan:

$$l = -(f_2 - f_1) = -r, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

of:

$$b = (f_2 - f_1) = r, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

waardoor we een eigenschap hebben afgeleid, die ook zonder verder bewijs reeds uit de brekingswetten duidelijk is, namelijk dat een straal, die op het middelpunt van kromming van een scheidingsvlak is gericht, ongebroken doorgaat.

Punten, die de eigenschap hebben, dat vóór de breking er op gerichte stralen, ook ná de breking er op gericht zijn, en dezelfde richting hebben behouden, heeten **knooppunten**.

Lichtstralen, die op de knooppunten zijn gericht, noemt men **hoofd-** of **richtstralen**.

Bij systemen van twee, volgens bolvlakken aan elkaar grenzende middenstoffen liggen dus de knooppunten in de krommingsmiddelpunten der scheidingsvlakken.

§ 9. Na aldus de brekingsverschijnselen bij twee middenstoffen te hebben nagegaan, wenden wij ons thans tot een systeem van drie, volgens twee bolvormige vlakken aan elkaar grenzende mediën.

De optische as is hier door het systeem zelf geheel bepaald; het is de lijn die door de krommingsmiddelpunten der beide scheidingsvlakken gaat.

Zonder eenige berekening is 't duidelijk, niet alleen voor een

systeem van twee, maar ook voor een met een willekeurig aantal brekende vlakken, dat lichtstralen, die bij inval op het systeem op één punt gericht zijn, ook na de laatste breking weer op één punt gericht zullen wezen, mits slechts de hoeken, die de lichtstralen met de as vormen, niet te groot zijn; immers na elke breking fungeert het dan verkregen reëele of virtueele beeldpunt weer als lichtpunt ten opzichte van het volgende grensvlak. De op 't einde van § 3 (pag. 9) voor één brekend vlak samengevatte resultaten zal de lezer nu met zeer geringe veranderingen voor een uit een willekeurig aantal brekende vlakken opgebouwd systeem kunnen formuleeren.

§ 10. Berekenen wij dan nu de juiste ligging van het definitieve beeldpunt voor een systeem met twee brekende vlakken.

Noemen wij (fig. 7) den langs de as gemeten afstand der twee scheidingsvlakken l, stellen wij de hoofdbrandpuntsafstanden van de twee eerste mediën voor door f_1 en f_2, en die van de beide laatste middenstoffen door g_1 en g_2. Is nu l_1 de afstand van eenig lichtpunt tot het eerste scheidingsvlak, en b_1 de daaraan geconjugeerde afstand van het beeld, noemt men verder den afstand van dit beeld tot aan het tweede scheidingsvlak l_2, en den aan l_2 geconjugeerden beeldpuntsafstand met betrekking tot het tweede scheidingsvlak b_2, dan heeft men de volgende betrekkingen:

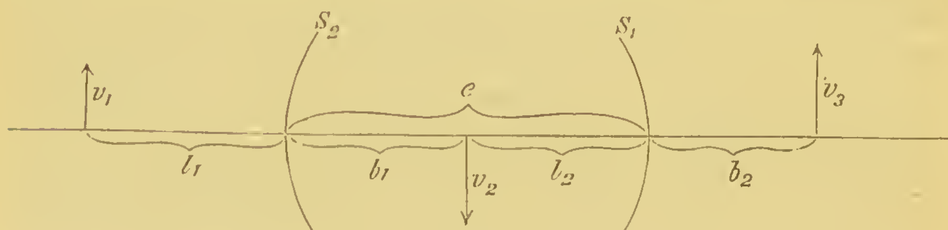


Fig. 7.

$$\frac{f_1}{l_1} + \frac{f_2}{b_1} = 1, \quad \dots\dots\dots\dots \quad (17)$$

$$\frac{g_1}{l_2} + \frac{g_2}{b_2} = 1, \quad \dots\dots\dots\dots \quad (18)$$

$$b_1 + l_2 = e \quad \dots\dots\dots\dots \quad (19)$$

Elimineert men hieruit b_1 en l_2, en drukt men b_2 in l_1, f_1, f_2, g_1, g_2 en e uit, dan komt er:

$$b_2 = \frac{g_2 (l_1 f_2 + f_1 e - l_1 e)}{l_1 (f_2 + g_1 - e) - f_1 (g_1 - e)} \quad \ldots \ldots . \quad (20)$$

Wij krijgen immers uit (19) $b_1 = e - l_2$ en door substitutie in (17):

$$f_1 e - f_1 l_2 + f_2 l_1 = l_1 e - l_1 l_2,$$

$$l_2 = \frac{l_1 e - l_1 f_2 - f_1 e}{l_1 - f_1},$$

wat na substitutie in (18) geeft:

$$g_1 b_2 + g_2 \frac{l_1 e - l_1 f_2 - f_1 e}{l_1 - f_1} = b_2 \times \frac{l_1 e - l_1 f_2 - f_1 e}{l_1 - f_1},$$

$$b_2 (g_1 l_1 - g_1 f_1 - l_1 e + l_1 f_2 + f_1 e) = -g_2 (l_1 e - l_1 f_2 - f_1 e),$$

waaruit onmiddelijk (20) volgt.

§ 11. Is v_1 (fig. 7) de grootte van het voorwerp, v_2 de grootte van het beeld dat door het eerste scheidingsvlak, v_3 de grootte van het beeld dat door het laatste scheidingsvlak is ontworpen, dan heeft men (12):

$$\frac{v_1}{v_2} = 1 - \frac{l_1}{f_1}, \text{ en } (13): \frac{v_3}{v_2} = 1 - \frac{b_2}{g_2},$$

dus:

$$\frac{v_3}{v_1} = \left(1 - \frac{b_2}{g_2}\right) \left(\frac{1}{1 - \frac{l_1}{f_1}}\right).$$

Substitueert men hierin uit (20) de waarde van b_2, dan komt er:

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{f_1 g_1}{l_1 (e - f_2 - g_1) - f_1 (e - g_1)} \quad \ldots . . \quad (21)$$

Men verkrijgt namelijk:

$$\frac{v_3}{v_1} = \left(1 - \frac{l_1 f_2 + f_1 e - l_1 e}{l_1 (f_2 + g_1 - e) - f_1 (g_1 - e)}\right) \left(\frac{f_1}{f_1 - l_1}\right)$$

$$= \frac{l_1 f_2 + l_1 g_1 - l_1 e - f_1 g_1 + f_1 e - l_1 f_2 - f_1 e + l_1 e}{l_1 (f_2 + g_1 - e) - f_1 (g_1 - e)} \times \frac{f_1}{f_1 - l_1}$$

$$= \frac{g_1 f_1 (l_1 - f_1)}{\{-l_1 (f_2 + g_1 - e) + f_1 (g_1 - e)\} (l_1 - f_1)}$$

waaruit men onmiddelijk (21) afleidt

§ 12. Twee geconjugeerde vlakken, die van bijzonder belang zijn, zijn de zoogenaamde **hoofdvlakken**, waarvan de snijpunten met de as **hoofdpunten** worden genoemd. Deze hebben de eigenschap van op gelijke afstanden van

de as, dus op gelijke afstanden van de hoofdpunten, door den invallenden en door den gebroken straal te worden getroffen. Wanneer dus voorwerp en beeld in deze beide vlakken optreden, dan zijn ze even groot.

De ligging er van krijgen we gemakkelijk uit (21) door $v_3 = v_1$ te stellen en l_1 op te lossen; er komt dan voor de ligging van het zoogenaamde *eerste* hoofdvlak:

$$l_1 = \frac{f_1 e}{e - f_2 - g_1} = l_1^{\mathrm{h}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (22)$$

Substitueert men deze waarde als lichtpuntsafstand in (20), dan krijgt men als bijbehoorenden beeldpuntsafstand de ligging van het *tweede* hoofdvlak; men vindt hiervoor:

$$b_2 = \frac{g_2 e}{e - f_2 - g_1} = b_2^{\mathrm{h}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

De substitutie levert namelijk:

$$b_2 = \frac{g_2 \left[\frac{f_1 e^2}{e - f_2 - g_1} - f_1 e - \frac{f_1 f_2 e}{e - f_2 - g_1} \right]}{(e - f_2 - g_1) \frac{f_1 e}{e - f_2 - g_1} - f_1 (e - g_1)}$$

$$= \frac{g_2 (f_1 e^2 - f_1 e^2 + f_1 f_2 e + f_1 g_1 e - f_1 f_2 e)}{(f_1 e - f_1 e + f_2 g_1)(e - f_2 - g_1)},$$

waaruit (23) volgt.

Bij een uit slechts twee middenstoffen samengesteld systeem, bestaan ook twee hoofdvlakken; het blijve aan den lezer overgelaten af te leiden, dat ze daar met het scheidingsvlak samenvallen.

Bij een uit drie middenstoffen bestaand systeem liggen ze dus voor het eerst uit elkander, en wel op een onderlingen afstand van $l_1^{\mathrm{h}} + b_2^{\mathrm{h}} + e$.

§ 13. Ten einde de ligging der hoofdbrandpunten te bepalen stellen we in (20) $b_2 = \infty$ en lossen l_1 op; we krijgen dan:

$$l_1 (f_2 + g_1 - e) - f_1 (g_1 - e) = \frac{g_2 (l_1 f_2 + f_1 e - l_1 e)}{\infty} = 0,$$

en vinden dus voor de afstand van het voorste of eerste hoofdbrandpunt (NB. niet voor den eersten *hoofdbrandpuntsafstand*, zie § 14, pag. 17):

$$l_1 = \frac{f_1 (g_1 - e)}{f_2 + g_1 - e} = l_1^{\mathrm{f}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

Evenzoo vindt men, door $l_1 = \infty$ te stellen, voor b_2 den afstand van het tweede hoofdbrandpunt:

$$b_2^{f} = \frac{g_2 (f_2 - e)}{f_2 + g_1 - e} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (25)$$

§ 14. Wij hebben hier niet alleen de hoofdvlakken behandeld, omdat deze bij constructie veel worden gebezigd, doch ook om de ligging van licht- en beeldpunten, van brand- en knooppunten met betrekking tot deze te bepalen, waardoor dan, zooals men zien zal, onafhankelijk van het aantal brekende vlakken, voor alle systemen in vorm overeenstemmende formules verkregen worden.

Aldus krijgen we uit (24) en (22) voor den afstand van het voorste hoofdbrandpunt tot aan het 1e hoofdpunt, welken afstand men *eersten* of *voorsten* **hoofdbrandpuntsafstand** noemt:

$$l_1^{f} - l_1^{h} = {}^2\Phi_1 \text{ }^{1)} = \frac{(e - g_1) f_1 - f_1 e}{e - f_2 - g_1} = \frac{f_1 g_1}{f_2 + g_1 - e} \quad . \quad (26)$$

Evenzoo uit (25) en (23) voor den afstand van het tweede hoofdbrandpunt tot het tweede hoofdpunt (den *tweeden* of *achtersten* hoofdbrandpuntsafstand):

$$b_2^{f} - b_2^{h} = {}^2\Phi_2 = \frac{(e - f_2) g_2 - g_2 e}{e - f_2 - g_1} = \frac{f_2 g_2}{f_2 + g_1 - e} \quad . \quad (27)$$

Uit (26) en (27) volgt dus:

$${}^2\Phi_1 : {}^2\Phi_2 = f_1 g_1 : f_2 g_2.$$

Is nu de brekingsindex van het eerste medium n_1, van het tweede n_2, van het derde n_3, dan hebben we (10):

$$f_1 : f_2 = n_1 : n_2$$
$$g_1 : g_2 = n_2 : n_3$$
$$\overline{f_1 g_1 : f_2 g_2 = n_1 n_2 : n_2 n_3},$$

zoodat ook:

$${}^2\Phi_1 : {}^2\Phi_2 = n_1 : n_3, \quad \dots\dots\dots\dots \quad (28)$$

welke eigenschap met de door (10) uitgedrukte overeenstemt.

---

1) In de door ons gevolgde notatie gebruiken we alleen romeinsche letters, om de brandpuntsafstanden van uit twee media bestaande systemen aan te duiden, de Φ daarentegen, om den brandpuntsafstand van systemen van meer middenstoffen aan te geven. In ${}^2\Phi_1$ beduidt de $_1$ dat de voorste brandpuntsafstand is bedoeld, de ^{2} dat de Φ bij een systeem met twee scheidingsvlakken behoort.

§ 15. Rekent men nu ook de afstanden van geconjugeerde licht- en beeldpunten (bijv. B_1 en C_1 in fig. 8) van de hoofd-

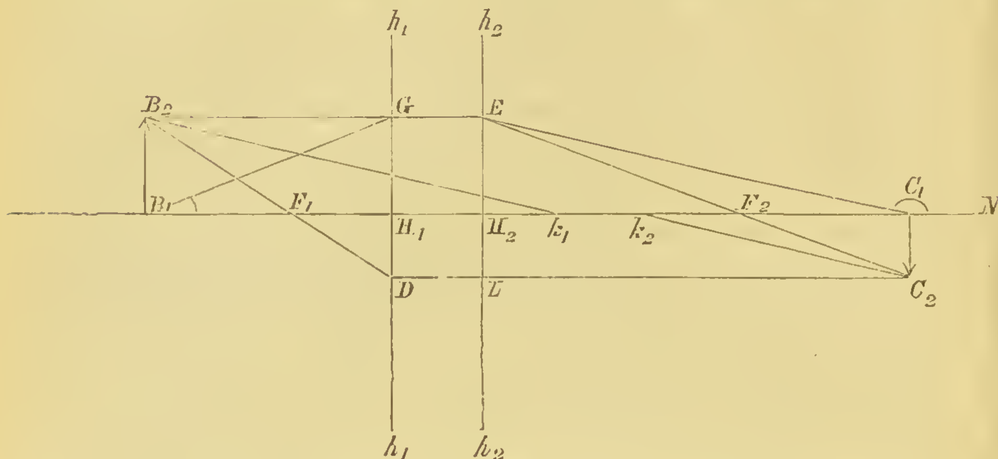


Fig. 8.

vlakken $h_1\,h_1$ en $h_2\,h_2$ af, dan krijgt men uit de driehoeken $F_1\,B_1\,B_2$ en $F_1\,H_1\,D$ voor de verhouding van beeld en voorwerp:

$$\frac{B_2\,B_1}{D\,H_1 = C_2\,C_1} = \frac{F_1\,B_1}{F_1\,H_1},$$

noemt men hierin $B_1\,H_1$ λ dan komt er:

$$\frac{v_1}{-v_2} = \frac{\lambda - {}^2\Phi_1}{{}^2\Phi_1},$$

of:

$$\frac{v_1}{v_2} = 1 - \frac{\lambda}{{}^2\Phi_1} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (29)$$

Op dezelfde wijze krijgen we uit de driehoeken $F_2\,C_1\,C_2$ en $F_2\,H_2\,E$, als we $C_1\,H_2$ β noemen:

$$\frac{-v_2}{v_1} = \frac{\beta - {}^2\Phi_2}{{}^2\Phi},$$

of:

$$\frac{v_2}{v_1} = 1 - \frac{\beta}{{}^2\Phi_2} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (30)$$

Uit (29) $\times$ (30) krijgen we weer:

$$\frac{{}^2\Phi_1}{\lambda} + \frac{{}^2\Phi_2}{\beta} = 1 \quad \dots\dots\dots\dots \quad (31)$$

§ 16. Beweegt zich uit B_1 (fig. 8) in de richting $B_1\,G$ een lichtstraal, die het eerste hoofdvlak op een afstand $G\,H_1$ van

de as snijdt, dan beweegt hij zich na breking volgens een lijn, die op een afstand $E\,H_2 = G\,H_1$ van de as het tweede hoofdvlak ontmoet, en die de as zelf in C_1 snijdt.

De tangenten der hoeken, welke die lichtstralen met de as maken, verhouden zich nu weer als volgt:

$$\frac{tg\,H_1\,B_1\,G}{tg\,N\,C_1\,E} = \frac{\dfrac{G\,H_1}{\lambda}}{\dfrac{-E\,H_2}{\beta}} = -\frac{\beta}{\lambda}.$$

Stellen we dus opnieuw $-\beta = \lambda$, dan vinden we door substitutie in (31) voor de ligging der knooppunten:

$$\lambda^k = -({}^2\phi_2 - {}^2\phi_1), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

en:

$$\beta^k = {}^2\phi_2 - {}^2\phi_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

Hier heeft men dus twee knooppunten, die niet meer zooals bij één brekend vlak (vgl. § 8 pag. 13) samenvallen, maar die op een afstand, gelijk aan den afstand der hoofdvlakken, uit elkander liggen. Dát knooppunt, hetwelk als lichtpunt ten opzichte van het andere fungeert, noemt men het **1e knooppunt**, diens beeldpunt het **2e knooppunt.** —

De merkwaardige punten, die wij nu behandeld hebben, namelijk de hoofdbrandpunten, de hoofdpunten en de knooppunten, worden gezamenlijk de **cardinaalpunten**, en de gegevens, die de ligging er van bepalen, de **elementen** of de **constanten** van een systeem genoemd.

§ 17. Het verdient opmerking, dat de formules (28), (29), (30), (31), (32) en (33) achtereenvolgens geheel analoog zijn aan de formules (10), (12), (13), (14), (15) en (16). Dit zal minder verwondering wekken, als men in aanmerking neemt, dat in (10)—(16) de licht- en beeldpuntsafstanden, dus ook de brandpuntsafstanden, eigenlijk evenals in (28)—(33) van de hoofdvlakken af gerekend zijn: bij een systeem met één scheidingsvlak vallen die vlakken immers met het scheidingsvlak zelf samen. De formules (10), (12) enz. en (28)—(33) behooren dan ook tot de boven reeds met een enkel woord

woord vermelde, die, onafhankelijk van het aantal scheidingsvlakken, voor alle systemen geldig zijn.

§ 18. Wanneer wij ten slotte den stralengang ook nog voor een uit drie bekende vlakken bestaand systeem berekenen, dan zal blijken, dat na de behandeling van dit geval, en eigenlijk reeds na de behandeling van het vorige, het vraagstuk algeméén is opgelost.

Vooraf dient opgemerkt, dat men bij de behandeling van uit meer dan twee brekende vlakken opgebouwde systemen steeds onderstelt, dat deze **gecentreerd** zijn, d. w. z. dat de krommingsmiddelpunten der scheidingsvlakken op een rechte lijn, de **optische as**, gelegen zijn. Bij optische instrumenten wordt hiervoor, ter verhooging der beeldscherpte, ook zooveel mogelijk zorg gedragen.

Stellen wij dan (fig. 9), dat van het rechtsche deel van het systeem met de beide scheidingsvlakken S_1 en S_2 de ligging

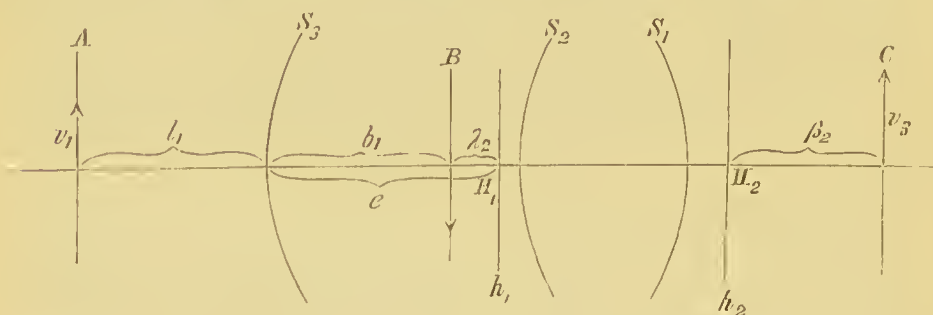


Fig. 9.

der beide hoofdvlakken h_1 en h_2, en de grootte der brandpuntsafstanden ${}^2\phi_1$ en ${}^2\phi_2$ langs den boven aangewezen weg reeds zijn bepaald, en stellen wij evenzoo, dat voor het systeem $[S_3]$ [1]) de brandpuntsafstanden f_1 en f_2 reeds berekend zijn.

Noemen wij nu den afstand van het scheidingsvlak S_3 tot het eerste hoofdvlak van $[S_1, S_2]$ e, noemen wij verder voor

1) In het vervolg zullen we een systeem brekende middenstoffen, welke volgens de gecentreerde scheidingsvlakken $S_1, S_2, \ldots . S_n$ aan elkaar grenzen, symbolisch noemen „het systeem $[S_1, \ldots . S_n]$”.

[S_3] de geconjugeerde licht- en beeldpuntsafstanden van een bij v_1 gelegen voorwerp l_1 en b_1, dan zal het door [S_3] ontworpen beeld weer als lichtend voorwerp ten opzichte van [S_1, S_2] werken; noemen wij ten slotte de afstanden van dat lichtend voorwerp en van het door [S_1, S_2] er van ontworpen beeld (tot de hoofdvlakken h_1 en h_2 gerekend) λ_2 en β_2, dan hebben wij tusschen die grootheden en tusschen de constanten van het systeem de volgende betrekkingen:

$$\frac{f_1}{l_1}+\frac{f_2}{b_1}=1, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (34)$$

$$\frac{{}^2\Phi_1}{\lambda_2}+\frac{{}^2\Phi_2}{\beta_2}=1, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

$$b_1+\lambda_2=e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

Men ziet terstond in, dat deze formules in vorm volkomen met (17), (18) en (19) overeenstemmen. Na eliminatie van b_1 en λ_2 zal men dus een geheel overeenkomstige waarde voor β_2 verkrijgen, en wel:

$$\beta_2=\frac{{}^2\Phi_2\,(l_1 f_2+f_1 e-l_1 e)}{l_1\,(f_2+{}^2\Phi_1-e)-f_1\,({}^2\Phi_1-e)} \quad \ldots \quad (37)$$

Het verdient opmerking, dat de gang, dien we hier volgden, de wijze, waarop we de licht- en beeldpuntsafstanden bepaalden, en de beteekenis, die we aan e hebben gehecht, bij het systeem met twee en bij dat met drie brekende vlakken geheel overeenkomstig zijn geweest. De afleiding der formules voor een systeem van twee brekende vlakken is eigenlijk als bijzonder geval in die voor een systeem van drie scheidingsvlakken begrepen.

Immers in het geval van fig. 9 ontleedden we het systeem in twee deelen, die we afzonderlijk berekenden en daarna combineerden: eerst bepaalden we [S_1, S_2] en voegden er toen [S_3] aan toe. Op dezelfde wijze hebben we voor fig. 7 eerst van [S_1] en [S_2] afzonderlijk de constanten bepaald, en die toen tot [S_1, S_2] samengesteld. — In fig. 9 noemden we e den afstand van het laatst toegevoegde scheidingsvlak tot het eerste hoofdvlak van [S_1, S_2]; evenzoo kunnen we in fig. 7 e opvatten als aan te geven den afstand van S_2 tot

het eerste hoofdvlak van $[S_1]$, want van het systeem $[S_1]$ vallen de beide hoofdvlakken met S_1 zelf samen. Dat verder ook g_1 en ${}^2\Phi_1$, g_2 en ${}^2\Phi_2$, l_2 en λ_2, b_2 en β_2 in beide figuren analoge afstanden aangeven, zal na het reeds gezegde geen nader betoog meer behoeven.

§ 19. Ofschoon het na de laatste beschouwingen bijna overbodig mag heeten, leiden we toch even ter wille der volledigheid ook de overige betrekkingen voor dit systeem af. —

Voor de verhouding van de grootte van beeld en voorwerp hebben we voor de geconjugeerde vlakken A en B:

$$\frac{v_1}{v_2} = 1 - \frac{l_1}{f_1},$$

en voor de vlakken B en C:

$$\frac{v_3}{v_2} = 1 - \frac{\beta_2}{{}^2\Phi_2},$$

zoodat:

$$\frac{v_3}{v_1} = \left(1 - \frac{\beta_2}{{}^2\Phi_2}\right)\left(\frac{1}{1 - \frac{l_1}{f_1}}\right),$$

in volkomen overeenstemming met de formules in § 11, pag. 15. Na substitutie der waarde voor β_2 uit (37) zullen we dus krijgen:

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{f_1\, {}^2\Phi_1}{l_1\,(e - f_2 - {}^2\Phi_1) - f_1\,(e - {}^2\Phi_1)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (38)$$

Door gelijkstelling van v_3 en v_1 vinden we voor de ligging van het eerste hoofdvlak:

$$l_1{}^h = \frac{f_1\, e}{e - f_2 - {}^2\Phi_1}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (39)$$

en na substitutie van deze waarde in (37) voor die van het tweede hoofdvlak:

$$\beta_2{}^h = \frac{{}^2\Phi_2\, e}{e - f_2 - {}^2\Phi_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (40)$$

Uit (37) volgt verder voor de ligging van het voorste hoofdbrandpunt:

$$l_1{}^\phi = \frac{f_1\,({}^2\Phi_1 - e)}{f_2 + {}^2\Phi_1 - e}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (41)$$

en voor de ligging van het achterste hoofdbrandpunt:

$$\beta_2\phi = \frac{{}^2\Phi_2\,(f_2 - e)}{f_2 + {}^2\Phi_1 - e} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (42)$$

Voor de hoofdbrandpuntsafstanden van het geheele systeem vinden we:

$$l_1\phi - l_1{}^h = {}^3\Phi_1 = \frac{f_1\,{}^2\Phi_1}{f_2 + {}^2\Phi_1 - e}, \; . \; . \; . \; . \; . \quad (43)$$

en:

$$\beta_2\phi - \beta_2{}^h = {}^3\Phi_2 = \frac{f_2\,{}^2\Phi_2}{f_2 + {}^2\Phi_1 - e}, \; . \; . \; . \; . \; . \quad (44)$$

waaruit ook weder onmiddelijk dezelfde eigenschap wordt afgeleid, als in (28) en (10) is uitgedrukt.

Het is duidelijk, dat fig. 8 geheel onafhankelijk is van het aantal brekende vlakken, waaruit het systeem is opgebouwd, mits dit slechts de in de figuur aangegeven ligging van hoofdvlakken en brandpunten bezitte; wanneer dus de licht- en beeldpuntsafstanden van af de hoofdvlakken van het systeem worden gemeten, zullen ook voor stelsels van drie brekende vlakken de betrekkingen gelden;

$$\frac{v_1}{v_3} = 1 - \frac{\lambda}{{}^3\Phi_1}, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (45)$$

$$\frac{v_3}{v_1} = 1 - \frac{\beta}{{}^3\Phi_2}, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (46)$$

en:

$$\frac{{}^3\Phi_1}{\lambda} + \frac{{}^3\Phi_2}{\beta} = 1, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (47)$$

terwijl men evenzoo voor de ligging der knooppunten verkrijgt:

$$\lambda^k = -\,({}^3\Phi_2 - {}^3\Phi_1) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (48)$$

$$\beta^k = {}^3\Phi_2 - {}^3\Phi_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (49)$$

§ 20. Wanneer we nog een terugblik werpen op den gang, dien we voor een systeem $[S_1, S_2, S_3]$ volgden, dan ziet men in, dat het gestelde vraagstuk thans algemeen is opgelost. Immers, toen we $[S_1, S_2]$ met $[S_3]$ combineerden, hebben we er nergens rekening mede behoeven te houden, uit hoeveel brekende vlakken $[S_1, S_2]$ bestond. In aansluiting aan het voorgaande, en ten einde de voorstelling aan een bepaald geval

te binden, hebben wij ondersteld er twee waren, doch daar we voor $[S_1, S_2]$ alle afstanden van licht- en beeldpunten met betrekking tot de hoofdvlakken hebben genomen, en daar we de scheidingsvlakken zelve nergens hebben gebruikt, is 't duidelijk, dat, wanneer van een uit willekeurig veel brekende vlakken bestaand systeem $[S_1, \ldots S_n]$ de ligging der hoofdvlakken h_1, h_2, en de grootte der brandpuntsafstanden ${}^n\Phi_1$, ${}^n\Phi_2$ gegeven is, men ter combinatie van $[S_1, \ldots S_n]$ met $[S_{n+1}]$ volkomen den zelfden weg zal hebben in te slaan, als boven voor de samenstelling van $[S_1, S_2]$ en $[S_3]$, of zelfs reeds van $[S_1]$ en $[S_2]$ (zie § 9—§ 15, pag. 13—17) is gevolgd, mits men dan het in § 17 gezegde in het oog houde.

§ 21. Wanneer men bij een stelsel met bijv. vier brekende vlakken S_1, S_2, S_3 en S_4 zoowel de elementen van het geheele systeem, als die van $[S_1, S_2]$ en van $[S_3, S_4]$ moest kennen, dan zou de kortste gang van berekening wezen, dat men eerst $[S_1, S_2]$ en $[S_3, S_4]$ berekende, en dat men daarna deze beide tot één systeem samenstelde.

Het zal nu den lezer in verband met het in § 17 (pag. 19) gezegde duidelijk wezen, dat de formules (37)—(49) even goed kunnen dienen voor de samenstelling van twee systemen, die elk in 't bijzonder uit meerdere brekende vlakken bestaan, als voor de combinatie van één zoo'n systeem met een stelsel van slechts één brekend vlak. Men kan ze zelfs in onveranderden vorm voor zulk een samenstelling bijv. van $[S_1, S_2]$ en $[S_3, S_4]$ gebruiken. Alleen heeft men dan op te merken, dat f_1 en f_2 nu de beteekenis van hoofdbrandpuntsafstanden van $[S_3, S_4]$ verkrijgen, terwijl e den afstand van het tweede hoofdvlak van $[S_3, S_4]$ tot het eerste van $[S_1, S_2]$, en l_1 den afstand van het lichtpunt het eerste hoofdvlak van $[S_3, S_4]$ aangeeft; ${}^2\Phi_1$ en ${}^2\Phi_2$ houden de beteekenis van hoofdbrandpuntsafstanden van $[S_1, S_2]$. Ter voorkoming van verwarring zou men nog, in verband met de door ons gebezigde notatie, f_1, f_2 en l_1 achtereenvolgens door ${}^2\Phi'_1$, ${}^2\Phi'_2$ en λ_1 kunnen vervangen. Zoo hebben wij in de laatste kolom van de tabel op Pl. I de formules opgesteld voor de combinatie van $[S_1, \ldots S_n]$ en $[S'_1, \ldots S'_m]$ tot een stelsel van $m + n$ brekende vlakken. Deze formules

vormen de meest algemeene, waarvan, zooals men gemakkelijk inziet, (37)—(49) de bijzondere gevallen vormen voor $m = 1$, en (20)—(33) die voor $n = m = 1$.

§ 22. In de praktijk gebruikt men, gelijk bekend, voor het ontwerpen van beelden meest **lenzen**, dat zijn voorwerpen, die uit een doorzichtige middenstof, meest glas, bestaan, en die door bolvlakken worden begrensd.

Wanneer de dikte van lenzen, in verhouding tot de voorkomende afstanden van licht- en beeldpunten gering is, dan kan meestal in de formules zonder bezwaar de lensdikte worden verwaarloosd.

Wij zullen daarom ook uit de boven ontwikkelde betrekkingen nog de zoogenaamde *lenzenformules* afleiden, welke dus betrekking hebben op het bijzondere geval, dat men heeft drie middenstoffen, waarvan de beide uiterste een brekingsindex 1 hebben (met het oog op het meest voorkomende geval van het gebruik der lenzen in lucht), terwijl de dikte van het middelste medium, dus de afstand der beide grensvlakken mag worden verwaarloosd.

Noemen wij de stralen (fig. 10) der grensvlakken r_1 en r_2, stellen wij de hoofdbrandpuntsafstanden aan de brekende vlak-

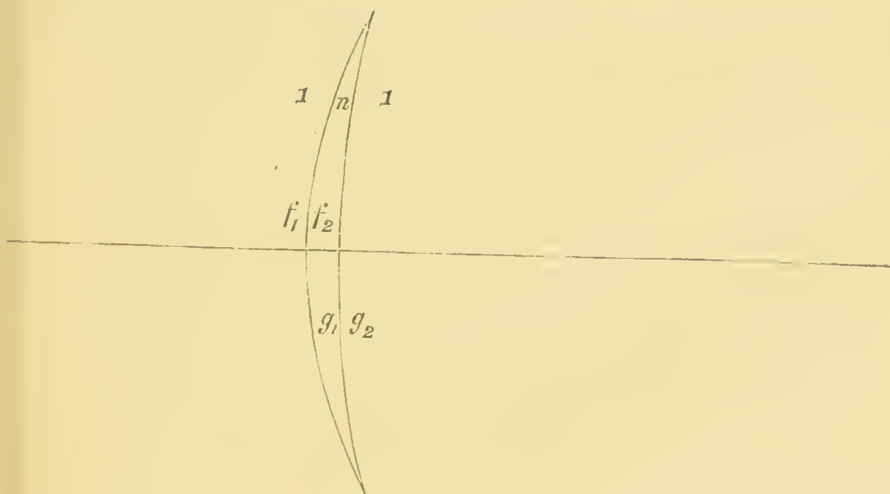


Fig. 10.

ken achtereenvolgens f_1, f_2 en g_1, g_2, en noemen wij den brekingsindex van de lensstof n, dan krijgen wij door (8) en (9):

$$f_1 = \frac{r_1}{n-1},\ f_2 = \frac{n\, r_1}{n-1},\ g_1 = \frac{n\, r_2}{1-n},\ g_2 = \frac{r_2}{1-n};$$

substitueeren we deze waarden in (20), en stellen we tevens $e = 0$, dan komt er na eenige vereenvoudiging:

$$b_2 = \frac{l_1\, r_1\, r_2}{(n-1)\,(l_1\, r_2 - l_1\, r_1) - r_1\, r_2},$$

of (tevens l en b voor l_2 en b_2 stellende):

$$\frac{1}{b} = -\frac{1}{l} + (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \ldots\ldots (50)$$

Neemt men hierin $l = \infty$, dan wordt $b = \mathrm{F}$, en is dus:

$$\frac{1}{\mathrm{F}} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \quad \ldots\ldots\ldots (51)$$

zoodat we ook voor (50) kunnen schrijven:

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\mathrm{F}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (52)$$

waarin men bekende lenzenformules herkent.

Ter herinnering moge hier verder nog worden bijgevoegd, dat, wanneer bij twee lenzen, behalve haar dikte, ook haar afstand mag worden verwaarloosd, men den hoofdbrandpuntsafstand van het systeem verkrijgt, door weer het brandpunt van de eerste lens te beschouwen als lichtpunt voor de tweede, en dus door in (52) $l = -\mathrm{F}_1$ te nemen, waardoor dan $b = \Phi_2$ wordt, zoodat we krijgen:

$$\frac{1}{\Phi_2} = \frac{1}{\mathrm{F}_1} + \frac{1}{\mathrm{F}_2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (53)$$

waardoor het tevens duidelijk is, dat bij een willekeurig aantal n lenzen, mits weer de onderlinge afstand mag worden verwaarloosd, tot hoofdbrandpuntsafstand van het geheel zal worden verkregen:

$$\frac{1}{\Phi_n} = \frac{1}{\mathrm{F}_1} + \frac{1}{\mathrm{F}_2} \cdots \frac{1}{\mathrm{F}_n} = \sum_1^n \left(\frac{1}{\mathrm{F}}\right), \quad \ldots\ldots (54)$$

waarin F_1, F_2 enz. de brandpuntsafstanden der afzonderlijke lenzen aangeven.

Op de beteekenis van termen als: *convex*, *concaaf*, *biconvex*, *planconcaaf*, *convergeerende* (ook *positieve* of *collectieve*) lens, *diver-*

vergeerende (ook *negatieve* of *dispansieve*) lens [1]), zal hier wel niet behoeven te worden gewezen. Voor eenige verdere tot de lenzen behoorende bijzonderheden verwijzen wij naar de vraagstukken.

§ 23. Ten slotte willen wij nog een voorbeeld van toepassing van de boven afgeleide formules geven.

Nemen we (fig. 11) een systeem van vier middenstoffen, die achtereenvolgens de brekingsindices 1, $\frac{103}{77}$, $\frac{16}{11}$ en $\frac{103}{77}$ be-

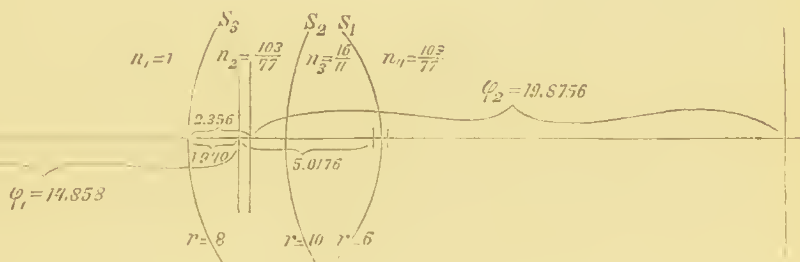


Fig. 11.

zitten. De ligging der scheidingsvlakken zij, zooals aangegeven is in de figuur, en voor de achtereenvolgende grootte der stralen van de scheidingsvlakken S_3, S_2 en S_1 moge 8, 10 en 6 worden genomen. Wanneer verder de afstand der grensvlakken S_3 en S_2, en die van S_2 en S_1 3,6 is, dan wordt er gevraagd van het totale systeem de ligging van hoofdvlakken en knooppunten, benevens de hoofdbrandpuntsafstanden te berekenen.

Aan de in de oplossing gebruikte letters zullen wij dezelfde beteekenis hechten als er in § 18—§ 19 (fig. 9, pag. 20) en in § 4 (fig. 1, pag. 4) aan is toegekend. —

---

1) De termen *convergeerend* (*positief, collectief*) en *divergeerend* (*negatief, dispansief*) worden, al naar dat de brandpuntsafstand positief of negatief is, niet alleen op lenzen in 't bijzonder, maar, zooals begrijpelijk is, ook op optische stelsels in het algemeen toegepast.

Systeem $[S_1]$.

$$m=\frac{16}{11},\quad n=\frac{103}{77},\quad r=-6.$$

$$g_1=\frac{\frac{16}{11}\times -6}{\frac{103}{77}-\frac{16}{11}}=74.667$$

$$g_2=\frac{\frac{103}{77}\times -6}{\frac{103}{77}-\frac{16}{11}}=68.667.$$

Systeem $[S_2]$.

$$m=\frac{103}{77},\quad n=\frac{16}{11},\quad r=10.$$

$$f_1=\frac{\frac{103}{77}\times 10}{\frac{16}{11}-\frac{103}{77}}=114.444.$$

$$f_2=\frac{\frac{16}{11}\times 10}{\frac{16}{11}-\frac{103}{77}}=124.444.$$

Samenstelling van $[S_1]$ en $[S_2]$.

$$e=3,6.$$

Uit (22) en (23) krijgen we voor de ligging der hoofdvlakken:

$$l_1^h=\frac{144.44\times 3.6}{3.6-124.444-74.667}=-2.1073.$$

$$l_2^h=\frac{68.667\times 3.6}{3.6-124.444-74.667}=-1.2644.$$

Het eerste hoofdvlak van $[S_1, S_2]$ ligt dus 2.1073 ter rechterzijde van S_2, het tweede hoofdvlak 1.2644 ter linkerzijde van S_1.

Wegens de gelijkheid der brekingsindices van het eerste en het laatste medium van $[S_1, S_2]$, zullen de beide brandpuntsafstanden gelijk zijn; we behoeven er dus slechts één te berekenen. Uit (26) verkrijgen we:

$$^2\Phi_1 = \frac{114.444 \times 74.667}{124.444 + 74.667 - 3.6} = 43.707.$$

Systeem $[S_3]$.

$$m = 1,\ n = \frac{103}{77},\ r = 8.$$

$$f_1 = \frac{8}{\frac{103}{77} - 1} = 23.692.$$

$$f_2 = \frac{\frac{103}{77} \times 8}{\frac{103}{77} - 1} = 31.692.$$

Samenstelling van $[S_1, S_2]$ en $[S_3]$.

$$e = 3.6 + 2.1073 = 5.7073.$$

Uit (39) en (40) krijgen we:

$$l_1^h = \frac{23.692 \times 5.7073}{5.7073 - 31.692 - 43.707} = -1.9402.$$

$$\beta_2^h = \frac{43.707 \times 5.7073}{5.7073 - 31.692 - 43.707} = -3.5793.$$

Wegens de ongelijkheid der brekingsindices van het eerste en het laatste medium van het geheele stelsel krijgen we nu wél twee verschillende waarden voor Φ_1 en Φ_2, en wel door middel van (43):

$$^3\Phi_1 = \frac{23.692 \times 43.707}{31.692 + 43.707 - 5.7073} = 14.858$$

en door (44):

$$^3\Phi_2 = \frac{31.692 \times 43.707}{31.692 + 43.707 - 5.7073} = 19.8756.$$

De ligging der knooppunten eindelijk is uit (48) of (49) bekend. Uit (48) bijv. vinden we:

$$\lambda^k = -(19.8756 - 14.858) = -5.0176,$$

zoodat het eerste knooppunt 5.0176 rechts van het eerste hoofdpunt ligt; de ligging van het tweede knooppunt is dan van zelf door den afstand der hoofdvlakken bekend.

Voor het gemakkelijk overzicht hebben wij de ligging der hoofdvlakken, knooppunten en hoofdbrandpunten van $[S_1, S_2, S_3]$ in fig. 11 op de schaal $\frac{3}{1}$ geconstrueerd.

RESUMTIE VAN HOOFDSTUK I.

Lichtstralen, die van één punt uitgaan, kunnen door overgang in een ander medium, dat aan het eerste volgens een bolvlak grenst, weer tot vereeniging worden gebracht. Doordien aldus de verschillende, van de punten van een lichtend voorwerp afkomende lichtstralen, weer in afzonderlijke punten samenkomen, wordt van een lichtend voorwerp een beeld gevormd.

In de praktijk laat men meestal de van eenig voorwerp afstralende lichtkegels slechts over korten afstand door een anders brekend medium strijken. Dit laatste is dan eveneens door bolvlakken begrensd, die echter een van beide een oneindigen straal kunnen hebben. Zulke voorwerpen, die bij optische instrumenten voor het ontwerpen van beelden worden gebruikt, heeten, gelijk bekend, *lenzen*.

Voor de beeldvorming kunnen natuurlijk meerdere brekende vlakken, of meerdere lenzen worden gebruikt, want, wanneer elke lens in het bijzonder een beeld ontwerpt, dan zal elke volgende lens in zoo'n serie (*systeem*, *stelsel*) een nieuw beeld doen ontstaan van het door het voorafgaande deel van het systeem reeds ontworpene; de werking eener lens zelf berust trouwens op niets anders, dan op herhaalde beeldvorming door de beide grensvlakken.

Wanneer meerdere brekende vlakken, of meerdere lenzen voor beeldvorming worden gebruikt, dan pleegt men, om de zuiverheid der beelden te verhoogen, de gezamenlijke middelpunten der scheidingsvlakken op een rechte lijn (de *optische as*) te laten vallen; men noemt alsdan het stelsel *gecentreerd*. —

De hoofdwet betreffende den gang der lichtstralen, krachtens welke juist beeldvorming plaatsgrijpt, is deze:

De lichtstralen, die een voldoend kleinen hoek met de as maken, en die vóór breking op het eerste grensvlak op één punt gericht zijn, zullen ook ná breking op het laatste grensvlak op één punt zijn gericht.

Het punt waarop de lichtstralen bij hun intrede in het systeem gericht zijn, heet *lichtpunt*; dat punt, waarop ze bij het verlaten van het systeem zijn gericht: *beeldpunt*. Lichtpunt en beeldpunt behooren wederkeerig bij elkaar (zijn *réciproque*), dat wil zeggen, wanneer het beeldpunt lichtpunt werd, zou ook het lichtpunt beeldpunt worden. Twee dergelijke, als licht- en beeldpunt bij elkaar behoorende punten heeten *geconjugeerde punten*, *koppelpunten* of *koppelbrandpunten*. Denkt men zich loodrecht op de optische as van een systeem in elk van twee geconjugeerde punten een vlak, dan kan men aannemen, dat een lichtpunt, dat op niet te grooten afstand van de as in het eene vlak is gelegen, in het andere vlak zijn beeldpunt zal hebben. Dergelijke vlakken heeten daarom *geconjugeerde vlakken*. Ligt dus een lichtend voorwerp in één van twee geconjugeerde vlakken, dan zal het beeld in het andere vlak optreden.

Wanneer de lichtstralen van een in- of uittredenden kegel elkaar werkelijk ontmoeten, dan noemt men het licht- of beeldpunt *reëel*; ontmoeten ze elkaar niet in werkelijkheid, doch snijden alleen de verlengden der wegen, die ze volgen, elkaar in één punt, dan noemt men dat licht- of beeldpunt virtueel. —

Behalve de zoog. hoofdbrandpunten (of eenvoudig brandpunten) zijn één stel geconjugeerde vlakken, en één paar geconjugeerde punten van bijzonder gewicht, namelijk de hoofdvlakken en de knooppunten.

De *hoofdbrandpunten* zijn de beeldpunten van oneindig ver op de as gelegen lichtpunten.

De *hoofdvlakken* (die de as in de *hoofdpunten* snijden) worden door in- en uittredende stralen aan dezelfde zijde van de as, en op gelijken afstand er van gesneden.

De *knooppunten* hebben de eigenschap, dat lichtstralen, die vóór breking aan het eerste grensvlak op het *eerste* knoop-

punt zijn gericht, na breking aan het laatste grensvlak evenwijdig aan de invalsrichting zullen verloopen, en op het *tweede* knooppunt (dat van het eerste het beeldpunt is) gericht zullen zijn. Op de knooppunten gerichte stralen noemt men *hoofd-* of *richtstralen.*

Wanneer het eerste en het laatste medium van een stelsel denzelfden brekingsindex hebben, dan vallen de hoofdpunten en de knooppunten samen.

Bij slechts uit twee middenstoffen bestaande stelsels vallen de beide knooppunten samen met het krommingsmiddelpunt van het scheidingsvlak, de beide hoofdvlakken met het scheidingsvlak zelf.

Hoofdbrandpunten, hoofdpunten en knooppunten worden te zamen de *cardinaalpunten*, en de gegevens welke de ligging dier punten bepalen, de *elementen* of de *constanten* van een systeem genoemd.

In de achterin geplaatste tabel zijn de formules, die de ligging der besproken punten bepalen, vereenigd.

---

1) C. F. GAUSS, *Dioptrische Untersuchungen.* Göttingen, Dieterichsche Buchhandlung, 1841. Afdruk uit de Abhandl. d. Kön. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Th. I, 1838—1843. Behelst de oorspronkelijke, analytische oplossing van het in de voorafgaande bladzijden met meer elementaire hulpmiddelen opgeloste vraagstuk.

CARL NÄGELI und S. SCHWENDENER, *Das Mikroskop.* Zweite Auflage, Leipzig, Engelmann, 1877. Bevat op pag. 1—19 de afleidingen van Gauss met eenige verkortingen en veranderingen.

Dr. LEOPOLD DIPPEL, *Das Mikroskop und seine Anwendung.* Zweite umgearbeitete Auflage. Erste Abtheilung, Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1883. Bevat op pag. 1—36 een afleiding van den stralengang naar een methode van ABBE; hierbij worden niet de hoofdpunten maar de hoofdbrandpunten als vaste punten voor de bepaling der licht- en beeldpuntsafstanden genomen.

J. GAVARRET, *Des images par réflexion et par réfraction*, Paris, Germer Baillière, 1866. Wordt veelal voor een elementaire behandeling der theorie van Gauss gebruikt, evenals:

CARL NEUMANN, *Die Haupt- und Brenn-puncte eines Linsen-Systemes.* Leipzig, Teubner, 1866.

---

1) De bedoeling van de aan het eind der hoofdstukken geplaatste literatuur-opgaven is volstrekt niet een volledige lijst te geven van wat over het in dat hoofdstuk behandelde het licht heeft gezien, maar eenvoudig eenige weinige werken aan te wijzen, die voor een nadere beoefening van het behandelde of van sommige deelen er van kunnen worden aanbevolen.

HOOFDSTUK II.

Het oog en het zien.

§ 24. De uiteinden van de gezichtszenuw, waardoor lichtindrukken tot waarneming worden gebracht, liggen, gelijk bekend, achter in een bijzonder orgaan, het oog, dat tot functie heeft de van voorwerpen afstralende lichtkegels weer in afzonderlijke punten op het veld van oogzenuwuiteinden te vereenigen; door middel van er aan bevestigde spieren kunnen daartoe de oogen naar een vereischte richting worden gekeerd. — Een eerste toepassing, die wij van de boven ontwikkelde wetten der beeldvorming zullen maken, alvorens tot een nadere beschouwing van het zien over te gaan, bestaat in het nagaan van de wijze, waarop de beeldvorming in het menschelijk oog tot stand komt. Als inleiding is het echter noodzakelijk van den bouw van dat orgaan een kort overzicht te geven.

§ 25. De oogbol (*bulbus*) bestaat in hoofdzaak uit drie doorzichtige mediën, welke door drie, grootendeels onmiddelijk tegen elkaar aanliggende, nagenoeg bolvormige omhullende membranen, de *oogrokken* (*tunicae*), zijn omsloten.

De buitenste membraan, het *harde oogvlies* (*tunica sclerotica*, van σκληρός, hard; Pl. II, S), geeft aan de buitenzijde van het oog de ons bekende witte of blauwachtige tint. Zij is grootendeels tamelijk ondoorzichtig, alleen aan de voorzijde gaat zij

in geheel doorschijnend weefsel, het *hoornvlies* (*cornea*, Pl. II, C), over. Een lijn, gaande door 't midden der cornea naar 't diametraal tegenover gelegen punt van de sclerotica, heet **oogas** (Pl. II, O A). De plaats, waar deze de cornea en de sclerotica snijdt, noemt men de *polen* van het oog. Cirkels om den oogbol door de beide polen getrokken, noemt men *meridianen*, cirkels op den oogbol in een loodrecht op de as staand vlak getrokken: *parallellen*.

De tweede membraan, de *tunica uvea* (Pl. II, Ch' en J), bestaat uit een skelet van bindweefsel, waarin veel vaten verloopen en veel pigment voorhanden is; op een enkele plaats bevat zij ook spierweefsel. Het achterste deel der tunica uvea, het vaatvlies (*chorioidea*, van *χόριον* en *εἶδος*: huidachtig; Pl. II, Ch), ligt onmiddelijk tegen de sclerotica aan, zonder er evenwel over het geheel mede vergroeid te zijn. Het voorste gedeelte, het bekende, de kleur aan het oog gevende *regenboogvlies* (*iris*, Pl. II, I) ligt een eind achter de cornea. De iris is niet geheel gesloten; waar de oogas haar doorsnijden zou, bevindt zich een opening: de *pupil* [1]). Ter plaatse waar de sclerotica in de cornea, en de chorioidea in de iris overgaat, is de uvea met de sclerotica vergroeid, hoofdzakelijk doordien vezels van de sclerotica in de chorioidea doorloopen. Op die plek vormt de sclerotica een voor 't buitenste deel uit spierweefsel bestaande opzwelling, de voor de accommodatie belangrijke **spier van Brücke** (**musculus ciliaris** of **tensor chorioideae**, Pl. II, Tch). Het aan de binnenzij der spier van Brücke gelegen deel der chorioidea is als een ouderwetsche halskraag geplooid. De plooien (*plicae ciliares*, Pl. II, Plc) wijzen alle naar de oogas heen; zij beginnen zich te verheffen ongeveer bij OS, de zoogenaamde *ora serrata*, en zijn 't breedst aan het andere uiteinde bij *u*. Onze figuur stelt van het rechteroog een horizontale doorsnede voor, die aan de eene zijde (de onderzijde der figuur) een deel van een plooi heeft gevolgd, dat evenwijdig aan de richting van doorsnede liep, terwijl aan de andere zijde de

---

1) In het spraakgebruik wordt de term *pupil* ook veelal gebezigd voor het beeld, dat men bij het zien in het oog van de eigenlijke pupil waarneemt.

coupe eerst tusschen twee plooien is doorgegaan, en toen alleen, vlak bij den tensor chorioideae, de gleuf tusschen twee plooien loodrecht heeft getroffen. — De iris bevat veel spierweefsel; een deel er van (hetgeen den zoog. *sphincter pupillae* vormt) ligt in een kring om de pupil, en vernauwt deze bij contractie. Een ander deel bestaat uit vezels, die op dezelfde plaats als de tensor chorioideae aan de sclerotica zijn vastgehecht, en die verder in den iris straalsgewijze naar het middelpunt der pupil verloopen; contraheeren zich deze vezels, dan wordt de pupil verwijd, waarom ook de uit hen opgebouwde spier *dilatator pupillae* heet.

De derde oogrok wordt door de zich uitspreidende oogzenuw en door steungevend weefsel gevormd. Deze doorboort een weinig naar de neuszijde van de oogas sclerotica en chorioidea, en breidt zich dan als *netvlies* (*tunica retina*, naar een verkeerde vergelijking met een net, *rete;* Pl. II, R) over deze uit. — Binnen deze membranen liggen de doorzichtige middenstoffen besloten. In de eerste plaats vermelden wij de *lens*, die tegen de achterzijde van den iris en van de pupil ligt (Pl. II, L); tusschen lens en cornea bevindt zich het *waterachtige vocht* (*humor aqueus*, Pl. II, WV), en tusschen lens en retina het *glasvocht* (*corpus vitreum*, Pl. II, GV).

Het glasvocht wordt omgeven door een dunne membraan (*m*), die ongeveer bij *v* met de lens is vergroeid. — Een andere, voor de accommodatie zeer gewichtige membraan is de **zonula Zinnii** (Pl. II, ZZ). Deze ligt dicht achter de binnenzijde van het ciliair gedeelte der chorioidea, en volgt er alle plooien van. Terwijl nu deze plicae ciliares bij *u* vrij eindigen, springt daarentegen de zonula Zinnii op de tegenoverliggende zijvlakte der lens over en vergroeit er mede, en dat wel, in verband met haar gegolfd verloop onder de plicae, volgens een gegolfde lijn. Het andere uiteinde der zonula Zinnii is langs de ora serrata (OS) met de om het glasvocht gelegen membraan (*m*) en met de retina vergroeid.

§ 26. Door het gezegde zal het reeds duidelijk wezen, dat de grensvlakken van cornea, waterachtig vocht, lens en glasvocht de brekende vlakken zijn, waardoor van een buiten het

oog gelegen voorwerp op de retina een beeld kan worden gevormd, hetwelk dan als bemiddelaar tusschen het voorwerp en tusschen de zoogenaamde percipieerende zenuwuiteinden dienst doet. De getrouwe indruk, welke door het netvliesbeeld aan het bewustzijn wordt meegedeeld omtrent aard en hoeveelheid van het licht, dat van de verschillende punten van het voorwerp afstraalt, geeft ons een zeer levendige voorstelling van het voorwerp zelf, welke soort van voorstelling wij „*zien*" noemen.

Door het in het eerste hoofdstuk behandelde weten wij, dat bij één toestand van het optische apparaat in het oog, ook maar voor één voorwerpsafstand het beeld op de retina volmaakt scherp kan wezen, zoodat wij, wanneer ons oog constant hetzelfde bleef, in ons zien zeer beperkt zouden zijn. Dat dit echter niet het geval is, weten wij allen, en er moet dus een inrichting in het oog zijn, die bewerkt, hetzij dat het opvangende scherm, de retina, wordt verschoven, hetzij dat het optische apparaat wordt veranderd; of ook dat beide wijzigingen plaats hebben. Zooals nu bekend is, blijft de retina haar stand onveranderd behouden, doch is het alleen de voorvlakte der lens die van ligging verandert, waarbij dan tevens hare beide grensvlakken een andere kromming aannemen. Het proces, waardoor aldus het aan de retina geconjugeerde vlak verschoven wordt, heet **accommodatie**. Op de volgende wijze komt deze tot stand.

Wij zagen dat de lens bevestigd is aan de plooien der zonula Zinnii. De lengte en het verloop van deze membraan en de ligging der lens zijn nu zoodanig, dat, wanneer het oog in rust, en de tensor chorioideae ontspannen is, de zonula een spanning op de lens uitoefent, welke deze in richtingen loodrecht op de optische as uitrekt, en haar daardoor tevens afplat. In toestand van rust zijn dus de krommingsvlakken het meest afgeplat, en is het oog voor zoo groot mogelijken afstand ingesteld.

Wil men echter dichterbij zien, dan contraheert zich de tensor chorioideae. Deze spier is bevestigd in, en heeft zijn vaste punt aan de sclerotica, ter plaatse waar deze in de cornea

overgaat; de spiervezels verloopen verder volgens meridianen in de chorioidea, en eindigen er in, nog voor ze den oog-equator hebben bereikt, nabij de ora serrata. Bij contractie van den tensor zal dus wegens de hardheid der sclerotica het hierin bevestigde uiteinde der spier op zijn plaats blijven, doch het in de chorioidea verloopende gedeelte dezer membraan, dat los op de sclerotica ligt, een weinig naar voren worden geschoven. Langs de ora serrata is echter de zonula Zinnii met het netvlies vergroeid, en deze juist daar ter plaatse ook vaster met de chorioidea verbonden. Wanneer dus het voorste gedeelte der chorioidea wat naar voren wordt getrokken, dan zal dit ook met de zonula Zinnii het geval zijn; hierdoor wordt de op de lens uitgeoefende spanning wat verminderd, en kan deze laatste meer den vorm aannemen, die haar eigen is, als er geen uitwendige krachten op werken, namelijk een meer gekromden vorm.

Rusttoestand van het oog, instelling voor de verte gaat dus gepaard met afplatting van de lens; accommodatie, instelling voor dichtbij met opheffing van de op de lens uitgeoefende spanning, en met het aannemen van den haar in ongedwongen toestand eigen vorm, die zich door sterker kromming van den anderen onderscheidt.

Helmholtz had deze theorie der accommodatie opgesteld in verband met de onvoldoendheid van andere hypothesen, om de door hem waargenomen vormveranderingen der lens te verklaren; ook vond hij bij levende oogen een geringer dikte voor de lens, dan ooit te voren aan doode lenzen gemeten was. Hensen en Völckers hebben later bij hun experimenten op dierlijke en op een uitgesneden menschelijk oog de boven vermelde verschuivingen direct waargenomen. Wanneer zij een dunne naald door de sclerotica in de chorioidea staken, op een plek, waar de musculus ciliaris reeds is geeindigd, dan verplaatste zich het vrij uitstekende einde van de naald, bij electrische prikkeling van de ciliairzenuw of van het ganglion ciliare merkelijk naar achter, zoodat dus de chorioidea zich naar voren moest hebben verschoven. Ook konden zij zelfs door een in de sclerotica gemaakte opening, na blootlegging van de zonula, ook aan deze de verplaatsing naar achter direct waarnemen. —

In den tensor chorioideae bevinden zich behalve de boven vermelde, volgens meridianen verloopende, ook nog circulaire, dus volgens oog-parallellen geplaatste vezels. Deze trekken vermoedelijk bij contractie de plicae ciliares naar binnen, en dragen daardoor tot ontspanning van de zonula Zinnii bij.

§ 27. Door verschillende onderzoekers zijn metingen gedaan, om een juist inzicht te krijgen in de constanten der middenstoffen, die het dioptrisch apparaat van het oog vormen. Een eerste, hierdoor aan het licht gebracht resultaat is, dat voor niet te groote pupilwijdte, dus tot op niet te grooten afstand van de oogas, de scheidingsvlakken der middenstoffen mogen worden beschouwd als bolvlakken, wier krommingsmiddelpunten op de oogas liggen. Onder genoemde omstandigheden vormt dus 't oog een gecentreerd optisch stelsel, waarvan de oogas tevens de optische as is, en waarop de boven afgeleide formules van toepassing zijn.

De bij verschillende, met normale oogen bedeelde personen verkregen waarden stemmen natuurlijk niet volkomen overeen; uit deze kan echter een stelsel getallen worden gekozen, waaromheen zich de verschillen met werkelijk waargenomen waarden als individueele afwijkingen rangschikken. Ook tegenwoordig nog kunnen hiervoor de door Helmholtz gekozen getallen worden genomen; een daarmee samengesteld oog wordt dan het **schematische oog naar Helmholtz** genoemd. De bewuste waarden en de ligging der daarvoor berekende cardinaalpunten vindt men in de volgende tabel [1]) vereenigd. De daarin voorkomende getallen geven millimeters aan. Wanneer niet anders is aangegeven, zijn de afstanden van af de cornea gerekend. Géén teeken beduidt, dat de waarde moet worden gemeten in de richting van de cornea naar de retina, een minteeken geeft de tegenovergestelde richting aan.

1) Helmholtz, *Handbuch der physiologischen Optik*. Leipzig, 1867, pag. 111.

	INSTELLING VOOR DE VERTE (toestand van rust).	INSTELLING VOOR DICHTBIJ (sterkste accommodatietoestand).
Aangenomen.		
Kromtestraal der cornea	8	8
„ van de voorste lensvlakte.	10	6
„ „ „ achterste „	6	5.5
Ligging der voorste lensvlakte	3.6	3.2
„ „ achterste „	7.2	7.2
Berekend.		
Voorste brandpuntsafstand der cornea.	23.692	23.692
Achterste „ „ „ .	31.692	31.692
Brandpuntsafstand der lens.	43.707	33.785
Afstand van het voorste hoofdpunt van de lens tot de voorste lensvlakte. .	2.1073	1.9745
Afstand van het achterste hoofdpunt van de lens tot de achterste lensvlakte.	1.2644	1.8100
Onderlinge afstand van de beide hoofdpunten van de lens	0.2283	0.2155
Voorste brandpuntsafstand van het oog.	14.858	13.274
Achterste „ „ „ „ .	19.875	17.756
Ligging van het voorste brandpunt. .	— 12.918	— 11.241
„ „ „ achterste „ . .	22.231	20.248
Ligging van het eerste hoofdpunt. . .	1.9403	2.0330
„ „ „ tweede „ . . .	2.3563	2.4919
Ligging van het eerste knooppunt . .	6.957	6.515
„ „ „ tweede „ . .	7.373	6.974

§ 28. Het is niet zonder reden geweest, dat wij in § 23 (pag. 27) als toepassing der afgeleide formules een systeem hebben gekozen, gelijk dit daar werd aangenomen. Zooals een blik op de tabel en op fig. 11 leert, komen de daar aangenomen gegevens overeen met die van het schematische oog in toestand van rust, dus bij accommodatie voor grootsten afstand. In het oog komen wel is waar feitelijk vier brekende vlakken voor, behalve de beide lensvlakten ook de voor- en achtervlakte van de cornea, doch deze kunnen gemakkelijk tot drie worden teruggebracht. Vooreerst merke men hiertoe op, dat er streng genomen nog een brekend vlak meer is, namelijk het altijd voorhanden laagje traanvocht buiten op het hoornvlies. Wanneer men nu onderstelt: 1⁰ dat de indices van traanvocht en waterachtig vocht gelijk zijn, 2⁰ dat voor- en achtervlakte der cornea een zelfde kromming hebben, 3⁰ dat de dikte der cornea gelijk 0 mag worden gesteld, dan vindt men uit (20) (op dezelfde wijze als waarop in § 22, pag. 25 en 26, de eerste lenzenformule (50) is afgeleid) gemakkelijk, dat voor dat geval $b_2 = - l_1$ is. Daar nu de werkelijke verhoudingen in elk geval zeer weinig van de bovengenoemde drie onderstellingen verschillen, ziet men in, dat de lens „cornea", geplaatst in de middenstoffen traanvocht en waterachtig vocht, in geen geval grooten invloed zal uitoefenen. De gang der lichtstralen zal dus practisch dezelfde blijven, als men zich de cornea wegdenkt, en het waterachtige vocht als tot de voorvlakte van het traanvocht, of, wat geen merkbaar verschil geeft, tot de voorvlakte der cornea doorloopende beschouwt. In fig. 11 heeft dan ook S_3 de ligging en de kromming (op driemaal vergroote schaal geteekend) van de voorvlakte van het hoornvlies.

§ 29. Wanneer men onderstelt, en bij een normaal oog is dit werkelijk het geval, dat het achterste hoofdbrandpunt voor den rusttoestand van het oog in de retina valt, dan zal het oog bij niet-accommodatie op oneindigen afstand scherp zien. In den toestand van sterkste accommodatie (zie de tabel op pag. 39) is bij het schematische oog, zooals zich gemakkelijk berekenen laat, een op circa 13 cM. voor het hoorn-

vlies gelegen vlak aan de retina geconjugeerd, welke afstand ook overeenstemt met dien, waarvoor een persoon van 20 tot 30 jaar nog scherp kan accommodeeren. Door het accommodatie-vermogen vermag dus een normaal oog het aan de in vasten stand blijvende retina geconjugeerde vlak van weinige centimeters vóór het oog tot op oneindigen afstand te verschuiven. De verandering, die de ligging der knooppunten hierbij ondergaat, is evenwel, zooals de tabel aanwijst, tot een verschuiving over een afstand van nog geen halven millimeter beperkt. Ter vereenvoudiging van berekeningen en constructies is 't dan ook, zooals men gemakkelijk inziet, alleszins veroorloofd, om de knooppunten samengevallen te denken tot één punt, en dit in een gemiddelde ligging, onafhankelijk van den accommodatie-toestand, standvastig te onderstellen. Die gemiddelde stand valt ongeveer met de ligging van het eerste knooppunt bij niet-, en met die van het tweede bij sterke accommodatie samen, en is dus dicht bij de achtervlakte der lens gelegen.

Ten einde het aan een lichtend punt G geconjugeerde beeldpunt op de retina te vinden (Pl. II), behoeft men nu niet uit G eerst een naar het bij dit geval behoorende eerste knooppunt k_1 een lijn te trekken, en daarna in evenwijdige richting een op k_2 gerichte; men trekke eenvoudig een lijn G L door het punt der samengevallen knooppunten (k_2), dan zal L het gewenschte punt wezen, en dat wel onafhankelijk van den accommodatie-toestand, dus ook onafhankelijk van de plaats van het punt G in de richting G L. Een lijn als G L, welke een hoofdstraal in het optische stelsel vervangt, noemt men een **gezichtsstraal**.

§ 30. De zenuwvezels, die ter plaatse van de zoog. blinde vlek (Pl. II, Bv) in het oog treden, loopen van daar uit eerst in alle richtingen evenwijdig aan de achterzijde van den oogbol; hun verdere weg kan in 't kort en schematisch worden weergegeven, door te zeggen, dat de uiteinden der zenuwdraden loodrecht op de eerst gevolgde richting ombuigen, en dat de uiterste punten er van loodrecht op de chorioidea zijn gericht en vlak daarvoor eindigen.

Bijna zeker zijn het die uiterste punten der zenuwdraden (naar hun bijzonderen vorm *staafjes* of *kegels* genoemd), welke voor licht prikkelbaar zijn; op eenigen afstand van de uiteinden zijn de zenuwvezels wel vatbaar voor die prikkels, waarvoor alle zenuwen in 't algemeen vatbaar plegen te zijn (bijv. voor mechanischen druk, voor een electrischen stroom), doch voor licht zelf zijn ze alleen op de aangegeven plaatsen gevoelig. Tevens is 't hoogst waarschijnlijk, zoo niet zeker, dat, althans op een gedeelte der retina, elk zenuwuiteinde één lichtindruk, maar ook maar één, tot waarneming kan brengen. Zullen dus twee lichtpunten nog van elkaar gescheiden waargenomen worden, dan moeten de correspondeerende beeldpunten op de retina minstens zoover van elkaar liggen, als de afstand tusschen twee zenuwuiteinden bedraagt.

Wordt nu een zenuwuiteinde, of een groepje er van, door een lichtindruk geprikkeld, dan denkt zich de waarnemer, dan „ziet" hij een lichtpunt buiten zich, in een richting, welke aangegeven wordt door den correspondeerenden gezichtsstraal. De hoek, dien de op twee lichtpunten gerichte gezichtsstralen met elkaar maken, komt overeen met de voorstelling, die zich een waarnemend persoon van den angulairen afstand dier lichtpunten vormt; men noemt hem daarom **gezichtshoek**. De gezamenlijke punten, die men tengevolge van de prikkeling der zenuwelementen door de beeldpunten op de retina vóór zich ziet, vormen het **gezichtsveld**. Wanneer een deel der retina niet door licht wordt getroffen, dan zien wij in het correspondeerende deel van het gezichtsveld, wat wij *zwart* noemen.

Eén plek op de retina, welke naar de aldaar voorkomende gele kleurstof *macula lutea* wordt genoemd, is uitsluitend voor het scherpe zien bestemd. Wanneer wij iets nauwkeurig willen waarnemen, of zelfs wanneer wij slechts naar iets zien, dan geven wij altijd aan het oog een zoodanige richting, dat het beeld in 't centrum dier plek valt. Die gezichtsstraal, welke door 't centrum der gele vlek gaat, en welke dus de richting aangeeft volgens welke men iets viseert, heet **gezichtslijn** (Pl. II, GL). Daar de gele vlek niet in 't centrum der retina, maar iets naar

buiten (naar de slaapzijde) ligt, valt ook de gezichtslijn niet met de optische as samen. In 't midden der macula lutea heeft de retina een verdieping, de *fovea centralis.* Daar ter plaatse zijn bijna niets dan uiteinden van zenuwvezelen, die hier alle den kegelvorm hebben, voorhanden; dat alle andere samenstellende deelen der retina hier tot een minimum zijn gereduceerd, staat ook klaarblijkelijk met het scherpe zien door middel der fovea in verband.

Waar de oogzenuw het oog binnentreedt, in de zoogenaamde blinde vlek, komen geen zenuwuiteinden, geen staafjes of kegels voor. Op deze plaats gelegen beeldpunten worden dan ook niet tot bewustzijn gebracht. De vraag doet zich nu voor, wat wij in het aan de blinde vlek correspondeerende deel van het gezichtsveld dan wel zullen zien. Het antwoord is, dat wij er niets bijzonders in zien. Zwárt zien wij er zeker niet in, want zwart is een bepaalde voorstelling, die wij alleen verkrijgen, als voor lichtwaarneming vatbare elementen niet door licht worden getroffen, en ter plaatse der blinde vlek ontbreken juist percipieerende elementen. Dat wij gewoonlijk van een leemte in het gezichtsveld, van het ontbreken van waarnemingen in een bepaald deel van het veld niets bemerken, is vooreerst daarvan een gevolg, dat de blinde vlek reeds op eenigen afstand van de uitsluitend voor het scherp zien gebezigde gele vlek ligt; en met terzij gelegene, zoogenaamde peripherische deelen van het netvlies zien wij zoo oppervlakkig, dat wij door deze een leemte in het gezichtsveld niet gemakkelijk zullen opmerken; het richten van zijn aandacht op een daaraan correspondeerend deel van het veld kost zelfs betrekkelijk veel oefening. Buitendien vullen wij onwillekeurig de leemte der blinde vlek, voor zoover die bestaat, in onze voorstelling aan, op een wijze, als ons door de omgeving het meest waarschijnlijk voorkomt; laat men, zooals het door Volkmann gekozen voorbeeld treffend uitdrukt, die leemte in het veld op een stuk bedrukt papier vallen, dan vult onze voorstelling die leemte ook aan met gedrukte letters, welke wij evenwel niet zouden kunnen lezen.

Hoe men zich van het bestaan der blinde vlek overtuigt, door twee teekens op eenigen afstand van elkaar te schrijven, en door

dan bijv. bij toegehouden linker oog, op een afstand van circa vier maal den afstand der teekens, naar het linker teeken te zien, behoeft hier, wegens de algemeene bekendheid dier proef van MARIOTTE, wel niet nader te worden beschreven.

§ 31. In de vorige paragraaf merkten wij op, dat een lichtindruk op de retina in onze voorstelling naar buiten wordt verplaatst in een richting, aangegeven door den correspondeerenden gezichtsstraal. Wij krijgen echter bij het zien van een voorwerp niet alleen een voorstelling van een bepaalde richting, waarin het is gelegen, maar wij denken het ons ook op een bepaalden afstand en in een bepaalde grootte. Grootte en afstand staan in nauw verband. Daar een bepaald voorwerp dichterbij een grooter beeld geeft dan verder af, schatten wij het ook verder, naarmate het netvliesbeeld kleiner is. In het algemeen is de grootte, waarin men een voorwerp ziet (de **geschatte grootte**) onmiddelijk afhankelijk van den gezichtshoek (zie pag. 42), waaronder men het waarneemt, en van den afstand waarop men 't zich voorstelt; heeft men omgekeerd reden, om in de eerste plaats een bepaalde grootte voor een object aan te nemen, dan wordt zijn afstand door den gezichtshoek, en door de grootte, waarin men het zich denkt, bepaald. Wat hierbij 't primaire is, ons oordeel omtrent den afstand, of dat omtrent de grootte, is niet voor alle gevallen aan te geven, nu eens is het eene, dan weer het andere het geval; dikwijls ook verkrijgt men van beide zaken, onafhankelijk van elkander, bepaalde voorstellingen, die dan wel is waar meestal met den gezichtshoek in overeenstemming zijn, doch die daarmede ook kunnen strijden. Dit alles is afhankelijk van andere factoren, die wij nu kort willen nagaan.

§ 32. De belangrijkste van alle is de ondervinding, die wij omtrent de waargenomen voorwerpen, en omtrent de omgeving waarin ze zijn geplaatst, reeds bezitten. Met deze wordt in de eerste plaats onze voorstelling in overeenstemming gebracht. Hoe zij werkt, zal uit het volgende voorbeeld duidelijk worden.

Wij vermeldden reeds, dat de geheele zaak in de eerste plaats van den gezichtshoek, dus van de grootte van het netvliesbeeld

afhankelijk is. Stel nu, dat ik door een negatief glas of door een omgekeerden tooneelkijker naar een op eenigen afstand gelegen huis zie, dan is door de werking van het optische werktuig het beeld op mijn retina verkleind. In het dagelijksche leven beantwoordt een kleiner netvliesbeeld aan een kleiner voorwerp, of aan een grooteren afstand van 't voorwerp. Uit ondervinding is mij de grootte van het bewuste huis bekend. Daar ik mij nu gemakkelijker kan voorstellen, dat ik mij op grooteren afstand van het huis bevind, dan dat 't huis in eens kleiner is geworden, stel ik het mij verderaf gelegen voor, en zie ik het dus in de verte. Wellicht vindt men deze verklaring onvolledig en „pour le besoin de la cause" opgesteld, en zou men meenen, dat men evengoed of beter er nog achter zou kunnen voegen: ik weet echter tevens, dat die veranderingen in het netvliesbeeld maar een gevolg zijn van het dioptrische apparaat dat ik gebruik, en dat ik mij evenmin van 't voorwerp verwijderd heb, als dit zelf kleiner is geworden, ergo moest ik 't mij eigenlijk op zijn plaats voorstellen. Men merke evenwel op, dat al dergelijke factoren onbewust werken; omtrent de werking van een optisch apparaat kan men wel nadenken en redeneeren, doch wanneer wij eens voorbijgaand door een lens zien, dan is deze toch nog geen onbewust werkende factor bij „het zien" geworden. Behielden wij evenwel de lens voor ons oog, dan zou langzamerhand de veranderde grootte der retinabeelden onbewust verbonden raken, of, zooals men zegt, geassocieerd raken aan een met de werkelijkheid overeenstemmende voorstelling omtrent afstand en grootte. Dit bemerken allen, die brillen gaan dragen; eerst zien zij de omgeving in verband met den aard van den bril veranderd, doch langzamerhand gaat zij zich weer in haar gewone verhoudingen aan hen voordoen.

Het is niet van belang ontbloot zich den grooten invloed, dien vooral de ondervinding op het zien uitoefent, helder voor te stellen, want dit geeft den sleutel tot 't feit, dat, wanneer we indrukken van een geheel nieuwe omgeving krijgen (bijv. door den microscoop van het anders door zijn kleinheid niet voor 't oog toegankelijke), we ons meest gedurende korter of langer tijd van het daar waargenomen veel verkeerde voorstellingen maken.

Kinderen maken veelal fouten in het beoordeelen van afstanden en grootten. Som-

migen herinneren zich uit hun jeugd de feilen, die zij in dat opzicht zelf begingen. HELMHOLTZ verhaalt [1]) hoe hij, als kind met zijne moeder voorbij de garnizoenskerk te Potsdam gaande, op de torengallerij menschen zag, die hij voor poppen hield, waarom hij zijn moeder verzocht ze hem aan te geven, wat zij, naar zijne meening, door den arm uit te steken, zou kunnen doen. —

De belangrijkste bewijsstukken voor het gewicht der aanleering bij het zien worden echter geleverd door die gevallen, waarbij aan een (bijv. door het ontbreken der pupil-opening) blindgeborene persoon op later leeftijd het gezichtsvermogen wordt gegeven [2]). Van een enkel zoodanig geval, betreffende een blindgeborene, en daarna door WARDROP met goed gevolg geopereerde dame, mogen enkele karakteristieke punten worden vermeld.

Onmiddelijk na de operatie was de gezichtsscherpte reeds vrij goed, want zij kon van een horloge de cijfers en de wijzers waarnemen. Zij was in den beginne zeer verward en sprak liefst weinig, want, omdat ze voorwerpen, die ze toch op den tast zoo goed kon onderscheiden, nu niet door haar gezichtsvermogen kon herkennen, vond ze zich zelf dom. „Op den zevenden dag na de operatie zag zij de hospita, bij wie zij in Londen inwoonde, en maakte de opmerking, dat deze slank was. Zij vroeg naar de kleur van haar kleed, waarop men antwoordde, dat het blauw was. „Die kleur heeft ook dat ding op uw hoofd", zeide zij, wat juist was. Zij liet toen volgen: „ik zie u allen tamelijk goed, geloof ik". Er werd daarop een proef genomen met kopjes en schoteltjes; „wat is dit?" vroeg haar broeder. „Ik weet het niet," antwoordde zij, „'t ziet er zeer zonderling uit; maar ik kan 't dadelijk zeggen, als ik 't aanvat." Zij zag een sinaasappel op den schoorsteen liggen, maar had er geen voorstelling van, wat dat wel was, alvorens zij hem had betast." [3])

In het beoordeelen van afstanden vergiste zij zich zeer. — Op de schilderijen aan den wand merkte zij eenige figuren op, doch wist niet wat deze voorstelden, en zij bewonderde vooral de vergulde lijsten. — Van vormen had zij zelfs na eenige weken weinig kennis gekregen, en het schijnt bijna ongeloofelijk, dat zij een zilveren potlood en een sleutel zeer juist herkende, wanneer men haar die in de hand gaf, doch dat zij niet kon zeggen, wat de sleutel en wat 't potlood was, wanneer ze voor haar op tafel werden gelegd. En evenwel, toen dertien dagen na de operatie haar broeder haar had gevraagd, eens in den spiegel te zien, en hem te zeggen, of zij zijn gezicht daar ook in waarnam, antwoordde zij, zichtbaar teleurgesteld: „ik zie mijn eigen gezicht; laat mij gaan". Evenals dit bij kinderen het geval is, had zij dus wel 't eerst geleerd menschelijke gelaatsvormen te onderscheiden. — Zelfs twee maanden na de operatie, toen zij uit Londen weer naar huis vertrok, had zij zeer veel moeite, haar oog op een bepaald voorwerp te richten; zij bewoog daartoe haar hoofd in verschillende richtingen, totdat zij toevallig het voorwerp in het vizier kreeg. Bij haar vertrek gaf zij de hoop te kennen, dat ze thuis, waar alles sedert lang haar op den tast bekend was, weldra beter leeren zou de voorwerpen ook op het gezicht te herkennen.

§ 33. Een andere factor is het gevoel van accommodatie-inspanning. Hoe sterker wij accommodeeren om een voorwerp

1) HELMHOLTZ, *Physiologische Optik*, pag. 624.
2) Men zie bijv. de door HELMHOLTZ opgegeven gevallen, l. c. pag. 586—593.
3) HELMHOLTZ, l. c. pag. 589.

scherp te zien, des te dichterbij ligt dit, en des te dichterbij zullen wij 't ons ook voorstellen. Meestal echter is deze factor alleen van belang, wanneer in de omgeving geen voorwerpen van bekende grootte voorhanden zijn, om voor de beoordeeling van de afstanden dienst te doen. In 't dagelijksche leven, waar deze wel nooit ontbreken, speelt dan ook het accommodatie-gevoel een geheel ondergeschikte rol, en komt alleen in bijzondere gevallen tot zijn recht, bijv. wanneer men vermoeid van het zien wordt. Alsdan doet de grootere inspanning, die voor een zelfde mate van accommodatie vereischt wordt, de voorstelling ontstaan, dat we sterker accommodeeren, en dat dus het waargenomen voorwerp dichterbij is gelegen. In dergelijke gevallen ziet men dus de voorwerpen niet alleen kleiner maar ook dichterbij; wanneer het hierbij echter bekende objecten geldt, dan gaat men meestal merkwaardigerwijze nog verder, en oordeelt, dat de voorwerpen, daar we ze toch kennen, niet werkelijk kleiner kunnen zijn, en stellen ze ons, om hun schijnbare kleinheid te verklaren, weer verderaf voor. Dit verschijnsel, dat wel velen aan zich zelf zullen kunnen waarnemen, heet *micropsie*.

§ 34. De factoren wier invloed wij tot nog toe beschouwden, komen reeds bij het zien met één oog, bij het *monoculaire* zien, in het spel. Gewoonlijk echter zien wij *binoculair*. Aangezien dan in beide oogen het beeld, om scherp te worden waargenomen, op de gele vlek moet vallen, laten wij onbewust, door de werking der aan den oogbol bevestigde spieren, de beide gezichtslijnen naar het voorwerp convergeeren. De mate van spierinspanning, die voor een bepaalden graad van convergentie wordt vereischt, geeft ons een tamelijk juiste voorstelling van den afstand waarop men ziet; vooral echter doet deze factor dienst bij het vergelijken van de afstanden van verschillende voorwerpen.

Van de groote waarde van het binoculaire zien voor de beoordeeling van afstanden, overtuigt men zich gemakkelijk door de bekende proef, om bij monoculair-zien twee vingers, of nog beter twee fijn aangeslepen potloodpunten, volgens de gezichtslijn, doch van twee tegenovergestelde kanten, elkaar te doen naderen; als men, met één oog gezien, meent dat ze beide even ver van dat oog zijn gelegen, bemerkt men, daarop met beide oogen kijkende, in den regel nog een aanmerkelijk verschil in afstand.

Bij het binoculaire zien verdient verder een bijzondere vermelding de beteekenis van het bekende verschil, dat aan de beide van een voorwerp van voldoende diepte ontworpen retinabeelden eigen is, wanneer het voorwerp zich op niet te grooten afstand bevindt. In verband met onze ondervinding in het waarnemen dier voorwerpen krijgen wij hierdoor een bijzonder juiste opvatting van den waren, en vooral van den betrekkelijken afstand, waarop de verschillende deelen van het voorwerp in de ruimte gelegen zijn, en ten gevolge daarvan ook een zeer levendige voorstelling van de lichamelijkheid van het voorwerp zelf (stereoscopen!). —

Van andere factoren moge nog kort worden gewezen: 1° op den aard der verlichting (bij heldere lucht schijnen veraf gelegen voorwerpen ons dichterbij dan bij nevelachtig weer, want verderaf gelegene voorwerpen zijn wij gewend onduidelijker te zien, dan dichterbij gelegene; bij nevelachtig weer schijnt de aan den horizon staande maan grooter dan bij helderen hemel); 2° op de verplaatsing, die het waargenomen voorwerp ten opzichte van andere ondergaat, als de waarnemer, of één of meerdere der voorwerpen van plaats veranderen.

§ 35. Het is een vrij veelvuldig aangetroffen meening, dat de photographie zoo juist, zoo *objectief* de voorwerpen weergeeft. Die lofspraak komt haar echter niet geheel toe. Een photographie is immers streng genomen slechts een voorstelling van 't vermogen, dat de verschillende punten van een voorwerp hebben, om die lichtstralen af te zenden, waarvoor de negatiefplaat gevoelig is, zoodat deelen, welke die stralen niet terugzonden ook niet zouden worden afgebeeld. Daar de aard van het beeld, ja zelfs het al of niet aanwezig zijn van sommige deelen er van, afhankelijk is van een eigenschap van den afbeelder, in casu de negatiefplaat, zijn dus photographieën eenigszins eenzijdig, en zou men ze ook *subjectief* kunnen noemen.

Op dezelfde wijze zou men eveneens de voorstelling, die wij van de voorwerpen krijgen door ze te zien, als subjectief kunnen beschouwen, want die voorstelling geeft in de eerste plaats

slechts een beeld van de mate, waarin de verschillende punten van 't voorwerp lichtstralen uitzenden, waarvoor ons netvlies gevoelig is. Het voor ons zichtbare deel van het spectrum is evenwel reeds vrij uitgebreid, en bij ondervinding weten we, dat wel zelden of nooit aan objecten deelen voorkomen, die het voor ons zichtbare licht zoo volkomen absorbeeren, dat wij er bij goede verlichting geen voldoenden indruk van zouden verkrijgen. Practisch kan men dan ook althans onze voorstelling van omtrekken in den regel als met de werkelijkheid overeenkomstig beschouwen, en onze waarnemingen in dien zin voor objectief nemen.

Doch wij zien méér, wij zien ook lichtsoorten van verschillende golflengte verschillend; de verschillende voorstellingen, die wij van hen krijgen, noemen we, gelijk bekend, *kleuren*. Voor zoover men nu bij het zien van een „rood" voorwerp uit het zien van rood alleen het besluit trekt, dat het voorwerp, van het voor ons zichtbare deel van het spectrum, hoofdzakelijk stralen terugzendt, wier golflengte tusschen 65 en 76 honderdduizendsten van een millimeter ligt, en de andere absorbeert, is onze waarneming „rood" objectief. De voorstelling echter, die wij ons van die kleur maken, is natuurlijk geheel subjectief, en in 't voorwerp zelf niet voorhanden. Deze soort waarneming heeft dus een subjectief en een objectief deel.

Er zijn echter nog andere waarnemingen, die uitsluitend subjectief zijn, en die in 't geheel geen werkelijke eigenschap van 't waargenomen object aanduiden, of die zelfs worden verkregen zonder dat eenig voorwerp de waarneming teweegbrengt. De voornaamste soorten hiervan behandelen wij in de volgende regelen.

§ 36. 1. **Nabeelden.** Een geprikkelde opticus-vezel blijft nog eenigen tijd in toestand van prikkeling, nadat de bewerker er van, het beeld op de retina, reeds heeft opgehouden te bestaan, en dat wel te langer en des te sterker, naarmate de oorspronkelijke prikkel intensiever en langduriger is geweest. Eenigen tijd na het verdwijnen van het retinabeeld blijft dus het voorwerp als *nabeeld* zichtbaar. (Voorbeelden: een vallende ster zien we als lichtstreep; een draaiende schijf, waarvan de

sectoren achtereenvolgens met spectraalkleuren zijn geverfd, zien we als een witte schijf, enz.). Worden gezichtszenuwen zeer sterk geprikkeld, dan zijn ze soms eenigen tijd voor 't waarnemen van nieuwe indrukken ongeschikt, en ziet men dus in een helder gezichtsveld een aan het te voren sterk geprikkelde deel beantwoordende donkere vlek, een zoog. *negatief nabeeld.* — Volgens de hypothese van Young hebben wij in 't oog drie soorten van voor kleurwaarneming bestemde elementen of vezels, rood-, groen- en violet-elementen [1]), en ontstaan alle voorstellingen van kleur door prikkeling van deze in verschillende verhouding, terwijl de voorstelling „wit" door een gelijkmatigen prikkel van alle drie zou worden teweeggebracht. Beziet men nu bijv. een op een wit veld liggende roode schijf, dan zullen ter plaatse van 't roode netvliesbeeld alleen de roodelementen „vermoeid" en eindelijk „verblind" raken. Wordt vervolgens de roode schijf door een witte vervangen, dan zien wij deze niet wit, want de voor deze waarneming ook noodzakelijke prikkeling der rood-elementen is door 't tijdelijk buiten werking gesteld zijn van deze buiten gesloten; wij zien dus 't voorwerp in een kleur, die uit wit licht wordt verkregen, als 't roode licht er uit wordt genomen, dus in de aan rood complementaire kleur: groen. Dergelijke kleuren bij nabeelden noemt men *contrast-kleuren.* Door nu aan te nemen, dat de kleurwaarnemende elementen niet even snel „vermoeid" en „verblind" worden, verklaart men verder gemakkelijk het feit, dat ook witte voorwerpen gekleurde nabeelden kunnen vertoonen. Zijn bijv., zooals dit werkelijk het geval is, de roodelementen 't eerst verblind, dan is dus deze kleur 't eerst uit het nabeeld geëlimineerd; is men daarop tijdens 't nabeeld in het donker, dan zal men dit — althans wanneer we alleen met den invloed van 't buiten werking gesteld zijn der roodelementen rekening houden — in die kleur zien, welke, samen met rood, wit licht geeft; in werkelijkheid wordt echter natuur-

---

1) Verkortingen van: voor de waarneming „rood", „groen" en „violet" bestemde elementen.

lijk in verband met de mate, waarin ook de andere elementen buiten werking zijn gesteld, de bedoelde kleur nog min of meer gewijzigd.

2. **Irradiatie.** Tot nog toe onderstelden we, dat de beelden, die op 't netvlies worden ontworpen, volkomen scherp zijn, en dus begrensd worden door lijnen, die men zich uit de grenspunten van 't voorwerp door de knooppunten getrokken kan denken, en welke op de retina het zoog. *geometrische* beeld zullen afbakenen. We weten echter, dat, ten gevolge van de verschillende breekbaarheid van verschillende stralen van 't spectrum, en doordien de afbeeldende lichtkegels een te groote opening hebben, of ook door afwijkingen in de grensvlakken, de beeldpunten niet juist punten zullen zijn, maar kleine verstrooiingskringen. Van een wit voorwerp zullen dus de grenzen van 't geometrische beeld niet de juiste grenzen vormen tusschen het onverlichte en het verlichte deel van de retina, maar ook buiten die grenzen zal op het netvlies nog een kleine verlichte zoom voorhanden zijn, waarvan de breedte de helft van den diameter der verstrooiingskringen bedraagt. In onze voorstelling hebben wij nu de neiging om die half verlichte zoom tot het 't meest in 't oog vallende deel van het veld te rekenen. Hierdoor schijnt een wit vierkant op een donkeren grond grooter, maar een donker quadraat op een lichten grond kleiner, dan het werkelijk is. Deze neiging kan echter worden opgeheven, of zelfs in een van tegenovergestelde uitwerking omslaan, door de andere eigenschap die wij bezitten, om in onze voorstelling het beeld te laten predomineeren over den achtergrond; hierdoor kunnen wij bij zeer fijne donkere lijnen, die op een lichten grond zijn geplaatst, de donkere lijnen breeder zien, dan ze werkelijk zijn.

3. **Contrast.** Het is een algemeene eigenaardigheid bij twee opvolgende zenuwprikkels, dat ze een te sterker indruk op ons maken, naarmate ze in aard meer verschillen, of, zooals men zegt, naarmate ze meer *contrasteeren.* Een treurige tijding, die ons hevig schokt, wanneer zij ons in vroolijke stemming verrast, zal ons betrekkelijk kalm laten, wanneer we er op voorbereid waren. Wanneer gedurende de nachtelijke stilte een

klok begint te slaan, klinkt de eerste slag het luidst. Een lichtsterkte, die volstrekt geen indruk meer op ons maakt, als we er reeds eenigen tijd aan zijn blootgesteld, werkt verblindend, als we uit de duisternis komen. — Door het oog staat men echter niet alleen onder den invloed van 't contrast bij twee opeenvolgende indrukken, bij het zien contrasteeren ook zeer dikwijls verschillende deelen van hetzelfde gezichtsveld; hierdoor worden, dan de in het beeld werkelijk voorhanden eigenschappen, door zoogenaamd *gelijktijdig contrast*, subjectief gewijzigd.

Zoo schijnt ons een licht veld te lichter, naarmate de omgeving donkerder is; een kleur schijnt te helderder, naarmate zij in de omgeving minder voorhanden is, dus naarmate in de omgeving de complementaire overheerscht. Wanneer wij naar een op een wit veld gelegen gekleurd voorwerp zien, dan maakt zelfs die componente van 't wit het meeste indruk, welke in 't gekleurde object ontbreekt: we zien dan het voorwerp door een in de *contrast-kleur* getint veld omgeven.

4. Elke zintuigszenuw doet, onafhankelijk van den aard van den prikkel, alleen die voorstelling ontstaan, welke aan het getroffen zintuig eigen is. Congestie naar het oor doet ons een geruisch hooren, een electrische stroom door de tong geleid doet ons een eigenaardigen zilten smaak proeven, zelfs werd deze bij 't ontvangen van een heftigen slag op een schermmasker [1]) waargenomen door Henle. Eveneens worden ook prikkelingen van 't netvlies door bloedsaandrang, door druk, door electriciteit, als lichtindrukken waargenomen.

5. **Phantasmen.** Soms treden beelden op, die in 't geheel niet meer door begeleidende of onmiddelijk voorafgaande netvliesprikkels worden teweeg gebracht, al kunnen ze ook veelal nog door een reeds sedert langeren tijd verstreken prikkel worden verklaard, en in zekeren zin met na langen tijd weer opkomende nabeelden worden vergeleken.

In 't algemeen plegen zaken, die een sterken indruk op ons

---

1) Henle, *Anthropologische Vorträge.* Heft II, pag. 18.

hebben gemaakt, of die ons na ter harte gaan, ons overal te „vervolgen", om, zoodra onze belangstelling niet meer dringend door iets anders wordt bezig gehouden, zich van onzen geest weer meester te maken. Zoo gaat het echter niet alleen met onze gedachten in 't algemeen, doch ook met alle direct door zintuigen verkregen voorstellingen. Hoe dikwijls treedt niet een pas gehoorde melodie ons weer voor den geest, bij sommigen met een levendigheid, alsof zij op nieuw werd gehoord. Bij het oog zijn deze verschijnselen meest minder intensief, en treedt wel in 't algemeen de herinnering aan ontvangen beelden weer op, doch zelden is deze zoo levendig, dat wij wanen het eenmaal waargenomene op nieuw vóór ons te zien. Toch komt dit enkele malen voor, in 't bijzonder bij sommige personen. Zoo ziet ook wel eens de microscopist, na inspannende bezigheid met een bepaalde soort voorwerpen, 's avonds, als zijn oog tot rust komt, het dien dag waargenomene plotseling als phantasma vóór zich.

Wanneer al soms dergelijke phantasmen zich geheel onwillekeurig aan ons voordoen, bijna ieder kan ze zich minder of meer duidelijk voor den geest roepen, in 't bijzonder weer dan, wanneer geen andere indrukken ons storen. Muziekstukken die ons troffen kan wel ieder weer in zijn herinnering hooren. „In onze gedachten iets zien" kunnen we ook allen, hoewel niet allen even duidelijk.

Soms *vermengen* zich phantasmen met werkelijke waarnemingen. Wij weten allen hoe moeilijk 't is aan te geven, welke tonen we bij een in de verte wegstervende muziek werkelijk hooren, en welke onze phantasie daaraan toevoegt; wanneer we feitelijk geen merkbaren indruk meer ontvangen, meenen we misschien soms nog wel het stuk flauw te kunnen hooren. En om eenige voorbeelden aan het zien ontleend te nemen. Met hoeveel succes wordt niet door den goochelaar op de levendigheid onzer voorstelling van wat hij *zegt*, dat zal gebeuren, gespeculeerd. Bijgeloovige menschen zien in zwak en daardoor onduidelijk verlichte voorwerpen gemakkelijk geesten en spoken, en zelfs volstrekt niet bijgeloovige menschen hebben dikwijls neiging om bijv. in behangselfiguren dingen te

zien, die er toch feitelijk geheel niet in voorhanden zijn. In fig. 12 is 't er alleen van afhankelijk of men zijn aandacht meer op 't punt *a* dan wel op 't punt *b* richt, en van de subjectieve voorstelling die men in verband daarmede aan het netvliesbeeld vastknoopt, of men het parallelopipedum naar voren, dan wel even duidelijk naar achter ziet hellen; het objectief voorhandene, de figuur, geeft tot de eene voorstelling niet meer aanleiding dan tot de andere. — Ook bij het wetenschappelijk waarnemen kan de voorstelling, die wij ons van te voren van de dingen maken, op een bijna onmerkbare wijze met het feitelijk waargenomene zich tot een geheel vereenigen. Tegen dergelijke subjectieve bijmengselen te waken, of anders toch, ze door zelfcritiek en door het analyseeren zijner observaties weer zooveel mogelijk van het objectief waargenomene af te scheiden, is een eerste, niet altijd gemakkelijke taak voor elken onderzoeker.

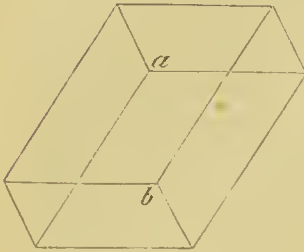


Fig. 12.

§ 37. Van de subjectieve waarnemingen moeten wèl de zoog. **entoptische** worden gescheiden, welke bestaan in het waarnemen van in het oog zelf aanwezige voorwerpen. De beide voornaamste tot deze categorie behoorende verschijnselen zijn:

1. Waarneming van troebelingen in een der mediën. Ze hebben den vorm van vlekken, strepen, paarlsnoeren, enz. Het zijn op de retina geworpen schaduwen van ondoorschijnende plekken in een der middenstoffen, die, als bedoelde troebelingen zeer dicht bij de retina zijn gelegen, zeer scherp kunnen zijn. Ten deele liggen die troebelingen vast, ten deele bewegen ze zich bij plotselinge bewegingen van 't hoofd, en veroorzaken dan in 't gezichtsveld de zoog. **mouches volantes**. Ze kunnen bij 't waarnemen zeer hinderlijk zijn.

2. Waarneming der retina-bloedvaten. Bij het gewone zien worden deze wel nooit zichtbaar. Dit is slechts 't geval, wanneer de schaduw der vaten door een zijdelings aangebracht licht op een zelden beschenen deel van 't veld van percipieerende elementen valt, of als de schaduw bewogen wordt,

bijv. door een kaars iets ter zijde van 't hoofd heen en weer te bewegen (*Aderfiguur van Purkinje*).

§ 38. Toen wij boven de ligging der cardinaalpunten in het oog nagingen, hebben wij reeds met een enkel woord ook de verschuiving, die het aan het netvlies geconjugeerde vlak bij verandering van den accommodatie-toestand ondergaat, besproken; deze moge thans, in verband met de bepaling van een maat voor de accommodatie, nog wat nader worden beschouwd.

Bij een oog, dat zich, wat den gang der lichtstralen, of, zooals men zegt, wat den **refractie-toestand** betreft, normaal verhoudt, valt, gelijk we reeds opmerkten, het bij den rusttoestand behoorende achterste brandpunt met de retina samen. Deze refractie-toestand heet **emmetropie** (van ἔμμετρος, maat houdend, en ὤψ, oog; afkorting: E). Bij een emmetroop zullen dus evenwijdig invallende stralen juist op 't netvlies in één punt samenkomen; in toestand van rust, van niet-accommodatie, ziet hij dus op oneindigen afstand scherp. Onderstelt men nu, dat bij een emmetroop, die steeds in accommodatielozen toestand blijft, het lichtende voorwerp van oneindigen afstand dichterbij komt, dan zullen ook de beeldpunten in plaats van op de retina, er achter vallen, en zullen dus de afbeeldende lichtkegels het netvlies niet meer volgens punten, maar volgens grooter of kleiner kringetjes snijden. Door de volgende tabel [1]) krijgt men een overzicht van de correspondeerende veranderingen, die de licht- en beeldpuntsafstanden bij een accommodatie-vrij oog ondergaan, en van den bij verschillende beeldpuntsafstanden behoorenden diameter der verstrooiingskringen, berekend voor een pupilwijdte van 4 mM.

1) Fick, *Physiologische Optik*, in Hermann's Handbuch der Physiologie Bd. III, pag. 68.

Afstand van het lichtpunt tot het voorste hoofdbrandpunt.	Afstand van het beeldpunt tot het achterste hoofdbrandpunt.	Diameter der verstrooiingskringen.
∞	0	0
10000 mM.	0.029 mM.	0.006 mM.
5000 „	0.059 „	0.013 „
2500 „	0.118 „	0.025 „
1250 „	0.236 „	0.050 „
625 „	0.472 „	0.099 „
312 „	0.946 „	0.193 „
156 „	1.893 „	0.369 „
78 „	3.786 „	0.675 „
39 „	7.571 „	1.000 „
19 „	15.541 „	1.819 „
0 „	∞ „	4.000 „

Men ziet dus, dat bij het begin der nadering van het voorwerp, het beeld zich practisch niet verplaatst. Tot zelfs op een afstand van 10 of van 5 M. zijn de verstrooiingskringen nog zóó klein, dat ze bij alle gewone objecten aan de scherpte van 't zien niet merkbaar afbreuk doen, en dit wel des te minder, omdat toch nooit, door verschillende onvolkomenheden van 't oog, de beeldscherpte volmaakt is.

Eerst voor punten, die binnen een afstand van 5 tot 10 M. voor 't oog zijn gelegen, wordt geaccommodeerd; de mate van accommodatie wordt door de mate van convergentie der gezichtslijnen onbewust geregeld: men accommodeert zóóveel, dat de oogen juist ingesteld zijn voor een voorwerp, gelegen in het snijpunt dier lijnen. De kortste afstand, waarvoor een emmetroop in de jeugd accommodeeren kan, is gemiddeld circa 7 cM. Van het 15e jaar ongeveer af wordt die afstand steeds grooter; zeer oude personen kunnen in 't geheel niet meer accommodeeren. De toestand, waarbij ten gevolge van verhoogden leeftijd, het accommodatie-vermogen zoodanig is verminderd, dat het voor het dichtbij-zien lastig begint te worden, heet *verziendheid*, *presbyopie*, (van *πρέσβυς*, oud, en *ὤψ*, oog).

Het verste punt waarvan een oog een scherp beeld kan ontvangen heet het *punctum remotum* (wij zullen dit verkort p. r.

schrijven); het dichtste heet het *punctum proximum* (p. p.). De afstanden van het p. r. en van het p. p. tot het oog geeft men aan door R en P. De afstand tusschen het p. r. en het p. p. vormt het **accommodatie-gebied** van het oog. Die afstand mag echter niet als een maat voor het *accommodatie-vermogen* worden opgevat; het is toch duidelijk, dat een emmetroop des te sterker zal kunnen accommodeeren, naarmate zijn p. p. dichterbij ligt ofschoon in dat geval het accommodatie-gebied steeds ∞ blijft. Het **accommodatie-vermogen** (ook de *accommodatie-breedte* genoemd) wordt bepaald door de lens, die, voor het accommodatie-vrije oog geplaatst, een uitwerking heeft, alsof dat oog zoo sterk mogelijk was geaccommodeerd. Wordt dus een accommodatie-vrij oog van een zijn accommodatie-vermogen equivaleerende lens voorzien, dan zal een lichtkegel, die van het p. p. komt, na breking door de lens op het p. r. gericht zijn. Noemt men den brandpuntsafstand dier lens A, dan is dus (52):

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

Daar bij E steeds R = ∞, is voor dien refractie-toestand $\frac{1}{A} = \frac{1}{P}$.

§ 39. Ten einde sommige eigenaardigheden bij het microscopiseeren goed te kunnen begrijpen, is het gewenscht, dat men ook met de voornaamste afwijkingen in 't oog betrekkelijk den stralengang, met de zoog. **refractie-anomalieën**, bekend zij. De boven reeds vermelde presbyopie hoort daar niet toe. Vooreerst is die toestand niet het gevolg van een afwijking in de refractie van het oog, maar van een verandering in het accommodatie-vermogen, en buitendien is de presbyopie geen anomalie, maar de normale vorm van emmetropie op hoogeren leeftijd.

De voornaamste refractie-anomalieën zijn drie in getal: *myopie*, *hypermetropie* en *astigmatisme*. Te zamen kunnen zij onder den gemeenschappelijken naam *ametropie* (in tegenstelling van emmetropie) worden vereenigd. De beide eerste zijn meest alleen gekarakteriseerd door een van emmetropie afwijkende ligging der retina; bij het astigmatisme zijn de scheidingsvlakken (en

is in 't bijzonder de cornea) in verschillende meridianen om de optische as niet gelijk gekromd.

Bij *bijziendheid*, **myopie** (afkorting: M), is het oog abnormaal verlengd, zoodat de retina verder van de lens ligt, dan bij een emmetroop oog het geval is. De ligging der cardinaalpunten kan men, evenals ook bij een hypermetroop oog, aan die bij emmetropie gelijkstellen. Een gevolg van dezen abnormalen bouw is, zooals men gemakkelijk kan nagaan, dat evenwijdig invallende lichtstralen niet meer òp, maar vóór de retina zich vereenigen, zoodat dus het p. r. dichter bij het oog komt te liggen; tevens ligt dan het p. p. ook naderbij, dan bij een emmetroop. Ofschoon dus het accommodatie-gebied van een myoop klaarblijkelijk klein is, kan toch het accommodatie-vermogen geheel hetzelfde zijn, als bij een emmetroop. Bijv. bij een myoop met $R = 0.12$ M en $P = 0.06$ M is:

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{0.06} - \frac{1}{0.12} = \frac{1}{0.12} = 8 \text{ (ruim)},$$

dus 't zelfde als bij een emmetroop met $P = 0.12$ M.

Bij *oververziendheid*, **hypermetropie** (van ὑπέρμετρος, bovenmatig, en ὤψ, oog; afkorting: H) is het oog te kort, en daardoor de retina te veel naar voren geplaatst. Evenwijdig invallende stralen vereenigen zich nu niet vóór, maar achter de retina. Bij niet-accommodatie zullen niet divergeerend invallende stralen (zooals bij myopie), maar convergeerend invallende stralen op de retina worden vereenigd. Om veraf te zien, moet dus de hypermetroop reeds minstens een deel van zijn accommodatie-vermogen in werking stellen; bij zeer sterke hypermetropie kan het geheele accommodatie-vermogen daartoe te kort schieten. Daar men in geval van hypermetropie R als negatief kan beschouwen, zal men voor de accommodatiebreedte, wanneer het p. p. en het p. r. achtereenvolgens 0.24 M. vóór en achter het oog liggen, verkrijgen:

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{0.24} - \frac{1}{-0.24} = \frac{1}{0.12} = 8 \text{ (ruim)},$$

dus weer 't zelfde als bij den myoop, en bij den emmetroop met $P = 0.12$ M.

Het **astigmatisme** (samengesteld uit ἀ privativum, en στίγμα, punt, met de beteekenis: zonder brandpunt) berust, zooals we reeds opmerkten, daarop, dat de grensvlakken tusschen de brekende media, en in het bijzonder de cornea-oppervlakte, geen omwentelingsvlakken, dus ook geen bolvlakken zijn; er is geen symmetrie om de optische as.

Men krijgt van deze iets moeilijker te begrijpen anomalie 't gemakkelijkst een voorstelling, als men zich 't oog gereduceerd denkt tot één brekend vlak, van ongeveer gelijke uitwerking als het geheele oog heeft.

Wanneer men zich nu bij een willekeurig oppervlak in eenig punt een normaal denkt, dan zal in 't algemeen, als men vlakken door deze brengt, de kromming der daardoor verkregen doorsnijdingsfiguren met het oppervlak in verschillende meridianen verschillend zijn. Er kan dan wiskundig worden aangetoond, dat de kromming dier doorsnijdingsfiguren volgens twee loodrecht op elkaar staande richtingen een maximum en een minimum bereikt.

Eveneens vindt men ook in den regel bij astigmatisme, als 't niet al te onregelmatig is, duidelijk twee loodrecht op elkaar staande meridianen (door een spleet zijn ze afzonderlijk te onderzoeken), waarin de refractie een maximum en een minimum bereikt, terwijl tusschen die meridianen in de overgangstoestanden voorhanden zijn. — Tengevolge dezer anomalie kan een lichtpunt zich nooit als een punt op de retina afbeelden (vandaar de naam), en kan dus ook geen voorwerp scherp worden gezien. Practisch openbaart zich dan ook dit gebrek door verminderde gezichtsscherpte, en in 't bijzonder nog daardoor, dat lijnen, volgens twee bepaalde loodrecht op elkander staande richtingen, niet evengoed worden gezien; bij een klok, die op kwartier voor twaalf staat, wordt dan bijv. de kleine wijzer wèl, doch de groote niet duidelijk waargenomen, terwijl verder ook twee kruisdraden in een optisch instrument nooit gelijktijdig scherp zijn. — Een nadere kennis van deze anomalie is echter voor ons doel niet vereischt.

§ 40. In zeer grove trekken mogen nog diagnose, corrigentia en algemeen karakter der vermelde anomalieën worden aangegeven.

Voor de kennis van den refractie-toestand moet de ligging van het p. r. worden bepaald. Dit geschiedt door den te onderzoeken persoon op een afstand van verscheidene meters naar daarvoor bestemde [1]) drukletters te laten zien; practisch zijn dan de gezichtslijnen evenwijdig, en de oogen accommodatievrij. De brandpuntsafstand van de sterkste positieve of van de zwakste negatieve lens, waarmee de kleinste letters, die in 't algemeen kunnen worden waargenomen, nog goed worden onderscheiden, geeft onmiddelijk den afstand van het p. r. aan; bij dit onderzoek moet de pos. lens zoo sterk, de neg. lens zoo zwak mogelijk zijn, opdat het oog geheel accommodatie-vrij blijve; de grootte der kleinste letters, die gelezen worden, geeft tevens een maat voor de *gezichtsscherpte*, voor den **visus.** De grootte der ametropie wordt aangeduid door een uitgewerkte breuk, waarvan de teller 1 is, en waarvan de noemer den afstand van het p. r. in meters aangeeft. Voor $R = \infty$ is er dus ametropie $\frac{1}{\infty} = 0$, dus emmetropie; voor $R = 20$ cM. is er myopie $\frac{1}{0.20} = 5$, voor $R = -10$ cM. is er H 10. Bij astigmatisme wordt de ametropie voor de beide karakteristieke meridianen, dien van maximum- en dien van minimumkromming, aangegeven. De lens, waardoor de myopie of de hypermetropie is bepaald, is tevens die, welke, voor het abnormale oog gebracht, diens p. r. weer op oneindigen afstand brengt, en dus de ametropie in emmetropie verandert. De sterkte der lenzen wordt in de oogheelkunde op dezelfde wijze als de mate van ametropie aangeduid: door een uitgewerkte breuk, waarvan de teller 1 en de noemer den brandpuntsafstand in meters aangeeft. De eenheid vormt hierbij de meterlens, welke een brandpuntsafstand van één meter heeft; men noemt dit een lens van één **dioptrie**; een lens van bijv. 5 dioptrieën is dan vijfmaal zoo sterk, en heeft (54) den brandpuntsafstand $\frac{1}{5} = 0.20$ M. Volgens het oudere stelsel (duim-

1) Dr. H. Snellen, *Optotypen, tot bepaling der gezichtsscherpte.* Utrecht, van de Weyer, 1882.

systeem) werd de sterkte der lenzen door een niet uitgewerkte breuk aangegeven, waarvan de teller 1 was, en de noemer den brandpuntsafstand in duimen aanwees [1]. —

Bij ametropie kan meest door brillen aan het accommodatiegebied een zoodanige ligging worden gegeven, als voor verschillende bezigheden vereischt wordt.

Bij zwakkere graden van myopie, en bij hoogere althans voor 't zien in de verte, kan de geheele ametropie worden gecorrigeerd door een lens, waarvan de brandpuntsafstand met R overeenstemt.

Bij sterkere graden van myopie wordt, voor 't zien van dichtbij, groote voorzichtigheid vereischt. Hier behoort geen bril te worden gedragen, dan die door een geheel met het onderwerp vertrouwde is voorgeschreven. Ten gevolge van den samenhang tusschen convergentie en accommodatie zou namelijk lichtelijk door het geven van te sterke glazen, op een hier niet nader te ontwikkelen wijze, de harmonie tusschen beide kunnen worden opgeheven, en het gezichtsvermogen in gevaar kunnen worden gebracht. — Bij myopie moet verder zooveel mogelijk tegen gebukte houding van 't hoofd, en tegen convergentie der oogen worden gewaakt, daar congestie en spierdruk de uitrekking der membranen achter in 't oog gemakkelijk zouden kunnen doen vermeerderen.

De graad der hypermetropie kan wel nooit geheel door lenzen alléén worden aangetoond. Een hypermetroop is zoo aan voortdurend accommodeeren gewend, dat hij nooit zijn accommodatie-vermogen geheel vermag te ontspannen, ook niet in omstandigheden, waarin hij daardoor beter zou zien. De sterkste lens, waarmee hypermetropen in de verte scherp zien,

---

1) De in den handel voorkomende nummers van spherische brilleglazen zijn volgens het dioptrieënsysteem + en — 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 5.5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 20, en volgens het duimsysteem: ± 1/100, 1/72, 1/60, 1/48. 1/40, 1/36, 1/28, 1/24, 1/22, 1/20, 1/18, 1/16, 1/14, 1/12, 1/10, 1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5½, 1/5, 1/4½, 1/4, 1/3½, 1/3, 1/2¾, 1/2½, 1/2. Ofschoon de waarden van Rhijnlandsche, Parijsche en Engelsche duimen eenigszins verschillend zijn, kan men toch bij reducties van 't dioptrie- op 't duimsysteem en omgekeerd, voor alle practische gevallen aannemen, dat 38 duim in een meter gaan.

geeft dan ook slechts het *manifeste* deel hunner anomalie aan. De grootte van het andere, het *latente* deel, kan slechts bij kunstmatige accommodatie-verlamming door atropine worden bepaald. Voor het zien in de verte wordt natuurlijk slechts het manifeste deel gecorrigeerd. Daar over 't algemeen slechts ongeveer de helft van het totale accommodatie-vermogen gedurende langen tijd in werking kan worden gesteld, hebben hypermetropen bij 't zien van dichtbij dikwerf veel van vermoeidheid te lijden; door een hun accommodatie aanvullende lens wordt deze weggenomen. Voor 't dichtbij-zien kunnen hypermetropen sterkere lenzen noodig hebben, dan voor het zien in de verte; naarmate ze ouder worden, wordt een grooter deel hunner anomalie manifest, en behoeven ze ook voor 't zien op grooten afstand sterkere brillen.

Bij astigmatisme wordt door cylinderglazen het refractieverschil der hoofdmeridianen opgeheven.

Bij presbyopie wordt natuurlijk voor het zien van dichtbij het accommodatie-vermogen door positieve lenzen aangevuld.

RESUMTIE VAN HOOFDSTUK II.

In het oog worden door de nagenoeg bolvormige omhullende membranen (*oogrokken*, *tunicae*) twee vochten, het *waterachtige* en het *glasvocht* omsloten, die door de *lens* en verder door het voorste deel van het *vaatvlies*, de *iris*, worden vaneen gescheiden. Het voorste, *cornea* genoemde deel van den buitensten oogrok (de *sclera* of *sclerotica*), de beide oogvochten en de lens zijn doorzichtig, en vormen de brekende media in het oog. De grensvlakken van lens en cornea kunnen als bolvormig worden beschouwd, en werken als brekende vlakken. Een lijn, die van het centrum der cornea naar het diametraal tegenover liggende punt van den oogbol gaat, gaat door de krommingsmiddelpunten der verschillende vlakken, is dus de optische as van het stelsel, en heet *oogas*. Aan de achterzijde van het oog spreidt zich de aldaar binnengetreden oogzenuw tot een membraan van zeer samengestelden bouw, de *retina* (het *netvlies*), uit. De uiteinden der gezichtszenuw, de *staafjes* en de *kegels*, zijn daarin naast elkander, loodrecht op den omtrek van den oogbol gerangschikt; zij vormen die plaatsen van de oogzenuw, waar lichtindrukken door haar worden opgenomen, en heeten daarom *percipieerende elementen*.

Door de brekende mediën in 't oog kunnen op de retina van buiten 't oog gelegen voorwerpen beelden worden ontworpen; deze doen dienst als bemiddelaars tusschen het voorwerp en tusschen de percipieerende elementen. De getrouwe indruk, die door het netvliesbeeld aan het bewustzijn wordt meegedeeld van den aard en van de hoeveelheid van het licht, dat van de

verschillende punten van een voorwerp afstraalt, geeft ons een zeer levendige voorstelling van het voorwerp zelf, welke soort van voorstelling men „*zien*" noemt.

Voor een onveranderlijk oog zou het netvliesbeeld, althans voor zoover het zien op korteren afstand betreft, slechts van in zeer beperkte ruimte gelegen voorwerpen scherp kunnen wezen; het zien op verschillende afstanden wordt mogelijk gemaakt door de *accommodatie*, welke door vormveranderingen in de lens tot stand komt.

In toestand van rust is het oog voor den versten afstand, waarvan het scherpe beelden kan ontvangen, ingesteld. Deze toestand wordt verkregen, doordien de lens bij ontspanning van den *tensor chorioideae* afgeplat is door de spannende werking der membraan, waaraan zij is bevestigd (de *zonula Zinnii*). Bij accommodatie wordt daarentegen ten gevolge van contractie van genoemden *tensor* die spanning min of meer opgeheven, en neemt de lens meer de haar van nature eigen sterkere kromming aan; het aan de retina geconjugeerde vlak komt hierdoor dichterbij te liggen.

Bij een dioptrisch normaal oog (met constanten zich aansluitende aan die van het *schematische oog naar Helmholtz*) liggen de beide knooppunten steeds zeer dicht bijeen; bij verandering van den accommodatie-toestand verschuiven ze zich bnitendien slechts zeer weinig; deze beide omstandigheden zijn oorzaak, dat men voor alle practische doeleinden de beide knooppunten als in één punt, dicht bij de achtervlakte der lens, kan samengevallen beschouwen. — Lijnen, die van eenig punt buiten het oog door dat punt der samengevallen knooppunten worden getrokken, noemt men *gezichtsstralen*. —

Ter plaatse waar de oogzenuw het oog binnentreedt, een weinig naar de neuszijde van de optische as (*blinde vlek*), bevinden zich geen zenuwuiteinden; hier wordt ook geen lichtindruk tot waarneming gebracht (proef van MARIOTTE).

Op één plek van de retina, een weinig naar de slaapzijde van de oogas gelegen (de *gele vlek* met haar verdieping, de *fovea centralis*) is het zien buitengewoon scherp; door de meer peripherische deelen van het netvlies ziet men slechts zeer opper-

vlakkig. Wanneer men iets observeert, zorgt men altijd dat het beeld op de gele vlek valt. Een gezichtsstraal, die door het centrum der gele vlek gaat, heet *gezichtslijn*.

De prikkeling van een percipieerend element, onverschillig of dit door licht of door iets anders (electriciteit, drukking op 't oog, bloedsaandrang) plaats heeft, doet de voorstelling ontstaan van een lichtpunt, dat buiten ons is gelegen in een richting, aangegeven door den gezichtsstraal, die door het geprikkelde element gaat. De afstand waarop, en de grootte waarin wij eenig voorwerp, welks beeld op ons netvlies valt „zien", is van verschillende zaken afhankelijk, waarvan de ondervinding omtrent dat voorwerp en zijn omgeving, de grootte van het netvliesbeeld, en, bij het binoculaire zien, de mate van convergentie der gezichtslijnen en het verschil der netvliesbeelden in de beide oogen de voornaamste zijn. Ook accommodatie-gevoel, wijze van verlichting van het waargenomene voorwerp (helder of nevelachtig weer), verplaatsingen, als bijv. ten opzichte van andere voorwerpen bij beweging van het waarnemende oog, kunnen een belangrijke rol spelen. —

Onze voorstellingen omtrent den vorm van voorwerpen kunnen in den regel als met de werkelijkheid overeenstemmende, als *objectief* worden beschouwd. Veel wat wij zien is echter *subjectief*. Zoo zijn reeds subjectief in onze kleurwaarnemingen onze voorstellingen omtrent de kleuren zelf, de wijze waarop wij ze zien: het „roode" in rood. Subjectieve waarnemingen, doordien ze geen werkelijke eigenschappen van 't waargenomene object aanduiden, of zelfs verkregen worden zonder dat op 't oogenblik van waarneming een overeenkomstig object zijn beeld op de retina werpt, zijn verder: *irradiatie-* en *contrast-verschijnselen*, de *nabeelden*, en de eerst langeren tijd na den prikkel, of min of meer onafhankelijk van dezen opdoemende *phantasmen*. Het eischt dikwijls veel zorg bij zijne voorstellingen subjectieve bijmengsels van objectieve waarnemingen te scheiden. —

Bij een oog, dat zich dioptrisch normaal verhoudt (een *emmetroop* oog), valt in accommodatie-vrijen toestand het achterste brandpunt op de retina; bij een *myoop* ligt het netvlies verderaf, bij een *hypermetroop* dichterbij.

Bij *emmetropie* (E) is de grootste afstand van duidelijk zien (R) oneindig, en ligt het *punctum remotum* (p. r.) dus oneindig ver weg.

Bij *myopie* (M) ligt het p. r. dicht bij het oog, des te dichter, naarmate de anomalie sterker is.

Bij *hypermetropie* (H) moet, als evenwijdige lichtstralen op het netvlies vereenigd zullen worden, minstens reeds een deel van het accommodatie-vermogen worden in werking gesteld; bij een accommodatie-vrij hypermetroop oog kunnen slechts convergent invallende stralen op de retina tot vereeniging worden gebracht (negatieve R!).

De grootte van het *accommodatie-vermogen* wordt geenszins bepaald door de uitgestrektheid van het gebied, dat het oog scherp vermag te overzien, maar door de lens, die, voor het accommodatie-vrije oog gebracht, een uitwerking zou geven, alsof dit zoo sterk mogelijk was geaccommodeerd.

Het accommodatie-vermogen kan zeer goed hetzelfde zijn bij een myoop met een *accommodatie-gebied* van slechts een paar decimeters, bij een emmetroop met een oneindig groot, vóór 't oog gelegen accommodatie-gebied, en bij een hypermetroop met een oneindig groot accommodatie-gebied vóór 't oog, en een oneindig groot accommodatie-gebied achter het oog.

Het accommodatie-vermogen vermindert naarmate de leeftijd toeneemt (*presbyopie*); op 70 à 80 jarigen leeftijd vallen het punctum proximum en het punctum remotum samen.

H. Helmholtz, *Handbuch der physiologischen Optik.* Leipzig, Voss, 1867. Bd. IX van: Allgemeine Encyclopädie der Physik, herausgegeben von Gustav Karsten. Het standaardwerk over de physiologie van het oog.

Aubert, *Physiologische Optik.* Geplaatst in: Handbuch der Augenheilkunde, redigirt von Graefe und Saemisch, Bd. II, Leipzig, Engelmann, 1876.

A. Fick, *Dioptrik, Nebenapparate des Auges, Lehre von der Lichtempfindung.* Geplaatst in: Handbuch der Physiologie, herausgegeben von L. Hermann, Bd. III, Leipzig, Vogel, 1879. Voor uitvoerige en toch niet àl te uitvoerige behandeling van dit onderwerp zeker wel een der meest geschikste werken.

L. Hermann, *Grundriss der Physiologie des Menschen.* Siebente Aufl., Berlin, Hirschwald. Pag. 329—397: Das Sehorgan. — Voor een kort overzicht van de phy-

siologie van 't oog zijn natuurlijk ook andere leerboeken der physiologie, als die van WUNDT, RANKE, LANDOIS, enz. geschikt.

F. C. DONDERS, *Die Anomalien der Refraction und Accommodation des Auges.* Deutsche Originalausgabe, Wien, Braumüller, 1866.

ROBERT BRUDENELL CARTER, *Het behoud der oogen.* Naar het Engelsch door A. Pelt. Koog aan de Zaan, P. Out, 1883. Bevat ook een korte behandeling der refractie-anomalieën.

TWEEDE GEDEELTE.

DE MICROSCOOP.

THEORIE DER MICROSCOPISCHE WAARNEMING.

HOOFDSTUK III.

De enkelvoudige microscoop.

DE LOUPE. VERKLARING VAN HAAR WERKING. BEPALING DER CARDINAALPUNTEN VAN EEN MET EEN LOUPE GEWAPEND OOG. DOUBLETTEN EN TRIPLETTEN. VERGROOTING; LATERALE EN AXIELE VERGROOTING, LINEAIRE EN VLAKKE VERGROOTING. BEPALING DER LATERALE VERGROOTING DOOR DUBBELZIEN. OVERVERGROOTING VOLGENS DE AS, EN HAAR INVLOED OP DE DIEPTE VAN HET ACCOMMODATIE-GEBIED. PERSPECTIEVISCH ZIEN DOOR DEN MICROSCOOP.

§ 41. In § 29 (pag. 41) zagen wij, dat, onafhankelijk van den accommodatie-toestand, de beide knooppunten als in een vast punt te zijn samengevallen kunnen worden beschouwd. Een netvliesbeeld zal dus des te grooter wezen, naarmate het object dichter bij het oog wordt gehouden; naarmate het netvliesbeeld grooter is, zijn ook meer zenuwuiteinden voorhanden om het te onderzoeken; en naarmate meer zenuwuiteinden voor de waarneming beschikbaar zijn, zullen meer bijzonderheden in het voorwerp kunnen worden gezien. We weten dan ook allen, dat, om kleine voorwerpen zoo goed mogelijk te onderscheiden, we ze dicht bij het oog moeten brengen. De toenadering van het object tot het oog zal evenwel geen voordeel meer opleveren, als de kleinste afstand, waarvoor men kan accommodeeren, wordt overschreden; want wat het netvliesbeeld dan aan grootte

wint, verliest het aan scherpte [1]). Voor objecten nu, die, in het accommodatie-gebied gebracht, wegens hun te geringe afmetingen geen voldoend groot beeld op de retina zouden geven, wordt, door het oog met daartoe ingerichte optische werktuigen, **microscopen** (van *μικρός*, klein, en *σκοπέω*, ik zie), te wapenen, het netvliesbeeld kunstmatig vergroot. —

De eenvoudigste microscopen zijn de *enkelvoudige*. De minst gecompliceerde enkelvoudige microscoop is het *vergrootglas* (de *loupe*).

De **loupe** bestaat gewoonlijk uit één enkele, vrij sterke positieve lens. Haar werking kan men zich vooreerst al verklaren, door ze op te vatten als een het accommodatie-vermogen zeer veel versterkende lens, die het p. p. dicht bij het oog brengt. Hierbij blijft het evenwel niet. Men mag namelijk bij dergelijke sterke lenzen de knooppunten van oog + lens niet meer als met die van 't oog alléén samenvallende beschouwen, ze worden integendeel belangrijk naar voren verplaatst. Zoowel de nadering van het p. p. als de verwijdering van de knooppunten dragen er dus toe bij, om het netvliesbeeld te vergrooten, en de voorwerpen nauwkeuriger waarneembaar te maken.

Voor een enkel geval willen wij de ligging der cardinaalpunten bij een met een loupe gewapend oog berekenen.

Nemen wij hiertoe als loupe een biconvexe lens van den brekingsindex 1.55, van 3.5 mM. dikte, en met grensvlakken wier kromtestralen 44 mM. bedragen.

Berekenen wij eerst de elementen der beide grensvlakken $[S_1]$ en $[S_2]$.

$[S_1]$ geeft: $m = 1.55$, $n = 1$, $r = -44$, dus:

$$g_1 = \frac{m\,r}{n - m} = \frac{1.55 \times -44}{-0.55} = 124 \text{ mM.}$$

$$g_2 = \frac{n\,r}{n - m} = \frac{1 \times -44}{-0.55} = 80 \text{ mM.}$$

Bij $[S_2]$ krijgen we natuurlijk dezelfde waarden voor f_1 en f_2, maar in omgekeerde volgorde, en wel:

$$f_1 = 80, \qquad f_2 = 124.$$

---

1) Bij verschillende personen is dan ook de fijnte der voorwerpen, die nog kunnen worden onderscheiden, het overige gelijk zijnde, afhankelijk van de ligging van het p.p. Hoe dichter dit bij het oog ligt, des te scherper kan men zien. Objecten, die voor een emmetroop slechts door een vergrootglas duidelijk zijn, worden veelal door myopen nog met het oog alléén goed waargenomen.

Samenstelling van $[S_1]$ en $[S_2]$; $e = 3.5$.

$$l_1^h = \frac{80 \times 3.5}{3.5 - 124 - 124} = \frac{280}{-244.5} = -1.145$$

b_2^h is eveneens $= -1.145$

$$\phi_1 = \phi_2 = \frac{80 \times 124}{244.5} = \frac{9920}{244.5} = 40.57$$

Samenstelling van $[S_1, S_2]$ en het oog in toestand van accommodatie voor 't p. p. (zie gegevens § 27, pag. 39), waarbij we $e = 15$ mM. aannemen.

$$\lambda_1^h = \frac{40.57 \times 15}{15 - 40.57 - 13.274} = -15.67$$

$$\beta_2^h = \frac{17\,756 \times 15}{15 - 40.57 - 13.274} = -6.856$$

$$\Phi_1 = \frac{40.57 \times 13.274}{40.57 + 13.274 - 15} = 13.864$$

$$\Phi_2 = \frac{40.57 \times 17.756}{40.57 + 13.274 - 15} = 18.645$$

$$\lambda^k = -(18.545 - 13.864) = -4.681.$$

In fig. 13 zijn deze waarden op de schaal $\frac{3}{1}$ geconstrueerd. Het 1e knooppunt en het 1e hoofdpunt liggen hier, gelijk men ziet, verder van de lichtzijde dan het

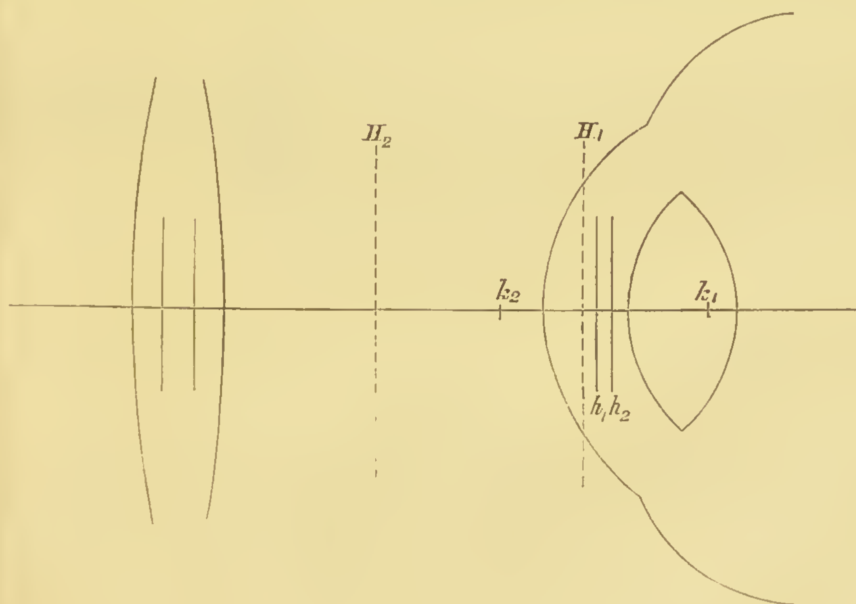


Fig. 13.

2e knooppunt en het 2e hoofdpunt, terwijl ook de beide knooppunten veel verder uiteen, en veel meer naar voren vallen, dan bij het ongewapende oog het geval is.

Voor de ligging van het p. p. vindt men nu uit:

$$\frac{13.864}{x} + \frac{18.545}{24.612} = 1,$$

dat x = ruim 56 mM., zoodat het bedoelde punt bijna 4 cM. vóór de lens ligt.

§ 42. Ten einde de werking van een met een loupe gewapend oog te begrijpen, is 't ook wenschelijk, om, in plaats van loupe + oog als één systeem te beschouwen, de werking van elk afzonderlijk na te gaan.

Wanneer men iets door een loupe beziet, is 't duidelijk dat de lichtkegels zoodanig in het oog moeten treden, dat de deze samenstellende stralen gericht zijn op punten, gelegen op dien afstand, waarvoor het oog op dat oogenblik is ingesteld. De loupe zal dan van het beschouwde voorwerp een virtueel beeld leveren, dat in plaats van het object wordt waargenomen. Zoo ontwerpt in fig. 14 de loupe L van 't voorwerp $v\,v_1\,v_2$ een

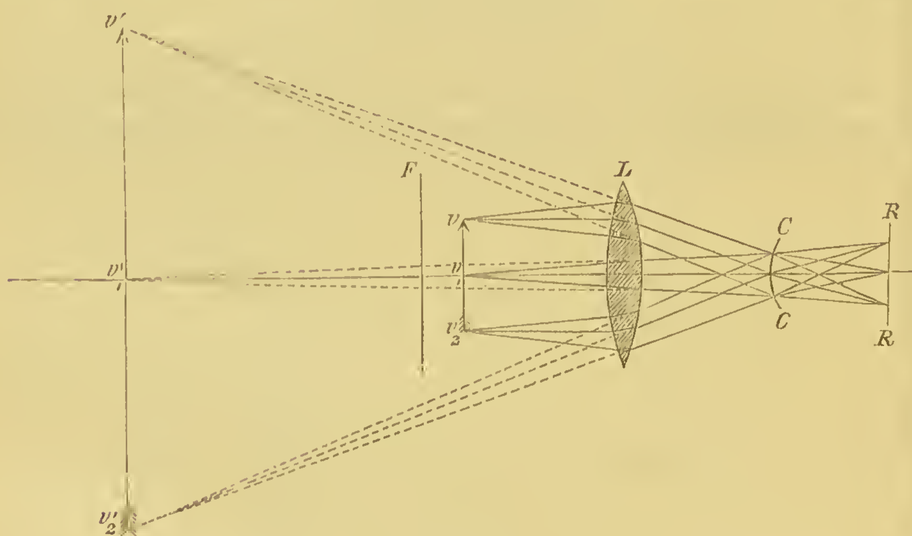


Fig. 14.

virtueel beeld $v'\,v'_1\,v'_2$; daar 't oog juist voor dien afstand geaccommodeerd wordt ondersteld, vereenigen de uit L tredende, van punten van $v\,v_1\,v_2$ afkomstige lichtstralen zich op de retina R R, en is dus het netvliesbeeld scherp. Gaat men dus iets door een loupe waarnemen, dan moet men zoolang de ligging van 't voorwerp met betrekking tot de lens veranderen, tot 't virtueele beeld op dien afstand valt, welke overeenstemt met

den accommodatie-toestand, die men op dat oogenblik heeft aangenomen; alsdan zal 't voorwerp scherp zijn.

§ 43. Tot nog toe onderstelden we, dat de beelden, welke door de verschillende brekende vlakken die we beschouwden worden gevormd, scherp en juist zijn. Hiertoe moeten twee voorwaarden worden vervuld: 1° moeten de lichtkegels, die van de punten van het voorwerp uitstralen, zich ook weer in afzonderlijke punten vereenigen, 2° moeten in geconjugeerde vlakken de licht- en beeldpunten een gelijkvormige ligging hebben. Krachtens de boven afgeleide dioptrische wetten zullen deze voorwaarden vervuld zijn, wanneer men zorgt, dat de lichtkegels een geringe opening hebben en een kleinen hoek met de as maken, en wanneer het licht slechts uit één lichtsoort bestaat. In de praktijk evenwel kunnen deze condities meestal slechts onvolkomen worden vervuld. Vooreerst al worden de voorwerpen meest niet verlicht door monochromatisch, maar door wit, uit alle kleuren opgebouwd licht. Daar alle daaraan beantwoordende lichtsoorten een anderen brekingsindex hebben, zal elk daarvan ook een afzonderlijk beeld ontwerpen. Ofschoon die verschillende beelden niet even groot zijn, en niet in een zelfde punt der as optreden, zullen ze nu wel in den regel niet zóó ver uiteenvallen, om niet door hun superpositie, wat 't centrum der beelden betreft, één, schijnbaar ongekleurd beeld te geven; maar omdat toch steeds één lichtsoort het grootste beeld ontwerpt, zullen in elk geval de randen van 't resulteerende beeld in de kleur van die lichtsoort zijn getint (**chromatische aberratie**). — En al waren de afbeeldende lichtkegels slechts uit één lichtsoort opgebouwd, dan zouden toch in den regel de beelden niet volkomen scherp en niet geheel gelijkvormig aan het voorwerp kunnen zijn door de **sphaerische aberratie**, welke daarvan een gevolg is, dat men lichtkegels van zulk een opening, of (wegens de betrekkelijke uitgestrektheid van 't voorwerp) van zoo groote helling met de as tot de beeldvorming moet toelaten, dat de dioptrische hoofdwet betreffende de homocentriciteit van invallende en gebroken kegels (§ 3, pag. 9, alinea 1) niet meer geldig is. De afwijkingen in den vorm der beelden, die hierdoor worden teweeg gebracht, krijgt men gemakkelijk te zien, door bijv.

van een vlakke teekening door een lens een vergroot beeld te ontwerpen; dit is dan vooreerst niet vlak, maar gekromd, terwijl verder de onderlinge ligging der beeldpunten des te meer van die der lichtpunten afwijkt, naarmate deze verder van de as zijn gelegen.

Reeds bij het oog hadden wij op 't bestaan van dergelijke anomalieën kunnen opmerkzaam maken; dáár evenwel zijn ze gewoonlijk slechts weinig of niet zichtbaar. Verschillende omstandigheden dragen daartoe bij. Vooreerst is het dispersievermogen der oogmiddenstoffen gering, misschien ook werkt de wijze van samenstelling dier mediën achromatiseerend. Verder volgt 't beeldopvangende scherm, de retina, doordien het gekromd is, de gekromde ligging van 't beeldvlak, en kan daardoor een scherp beeld van een onder grooteren hoek waargenomen voorwerp-uitgestrektheid opvangen. Eindelijk is de lens opgebouwd uit elkaar omhullende lamellen van naar 't centrum toenemenden brekingsindex; ook dit, zoowel als de iets geringere kromming der grensvlakken op eenigen afstand van de oogas, vermindert den invloed der sphaerische aberratie zeer.

Bij den enkelvoudigen microscoop kunnen chromatische en sphaerische aberratie zeer hinderlijk worden. In sommige gevallen wordt daarom bij dit werktuig de vorming van het virtueele beeld over twee of zelfs over drie lenzen verdeeld. Bij deze **doubletten** en **tripletten** kunnen door geschikte combinatie der lenzen de chromatische en vooral de zeer hinderlijke sphaerische aberratie, met de door deze bewerkte kromming van het gezichtsveld, tot een minimum worden beperkt.

§ 44. Wanneer een leek iemand met een microscoop ziet werken, zal veelal zijn eerste vraag zijn: „hoe sterk vergroot die microscoop wel?"

Hoe eenvoudig die vraag ook lijkt, is 't toch geenszins zoo erg eenvoudig, zich een juist begrip te vormen van de beteekenis, die behoort te worden gehecht aan het antwoord, dat hierop moet worden gegeven.

Trachten we vooreerst dat antwoord te verkrijgen voor den enkelvoudigen microscoop, voor de loupe.

Voorloopig willen we ons de zaak vereenvoudigen door een

zeer weinig samengesteld voorwerp te nemen, en wel een loodrecht op de oogas gericht lijntje.

Men ziet nu in, dat, wanneer van dit lijntje door een lens een beeld wordt ontworpen, en als er niet meer is gegeven, men volstrekt niet zal kunnen zeggen hoeveel maal het beeld grooter of kleiner is dan het voorwerp. Immers, volgens (29) en (30) is de verhouding van beeld- en voorwerp-grootte niet alleen afhankelijk van de lens, maar ook van den afstand waarop zich 't voorwerp bevindt, of waarop 't beeld zal ontworpen worden. Zijn nu echter die afstanden niet bepaald, wanneer men door een loupe ziet? Eigenlijk evenmin, op zijn hoogst zijn ze beperkt, doordien natuurlijk 't beeld, zal 't door een oog waargenomen kunnen worden, binnen diens accommodatie-gebied moet vallen; doch vooral bij een emmetroop is er dan nog standverschil genoeg voor 't beeld denkbaar. Voor een emmetroop schijnt het bij oppervlakkige beschouwing zelfs, dat men aan elke lens elke willekeurige vergrooting zou kunnen toekennen. Uit (30): $V = 1 - \frac{\beta}{\varphi_2}$ blijkt toch, dat V, dat is de verhouding van de grootten van 't door de lens ontworpen beeld en van 't voorwerp (dus de vergrooting), willekeurig groot zal zijn, als 't oog slechts weinig genoeg accommodeert, want hoe verder 't virtueele beeld ligt, des te grooter wordt dit; het zou dus voordeelig schijnen bij 't zien door een loupe maar niet te accommodeeren, omdat dan 't beeld, en dus de vergrooting zelf, oneindig zou wezen. Men dient echter hierbij in aanmerking te nemen, dat het door de loupe ontworpene virtueele beeld, naarmate 't grooter wordt, tevens verderaf komt te liggen; wanneer in $V = 1 - \frac{\beta}{\varphi}$ $\frac{\beta}{\varphi}$ eenmaal een zoo groote waarde heeft verkregen, dat men 1 ten opzichte van de breuk mag verwaarloozen, dan neemt zelfs V evenredig aan β toe. En als nu een beeld, dat ik waarneem, tweemaal grooter wordt, dan zal ik er natuurlijk niets méér in zien, wanneer het daarbij tevens op tweemaal grooter afstand komt te liggen, want de grootte van 't netvliesbeeld en 't aantal voor de waarneming van 't beeld werkzame zenuwuiteinden, zal dan 't zelfde zijn gebleven.

Op de afmetingen der netvliesbeelden komt het dus aan; men zal de grootte van het door oog + loupe ontworpene netvliesbeeld met die van het door 't oog alleen gevormde moeten vergelijken. — Doch waar moeten dan het voorwerp en het door de lens ontworpene virtueele beeld geplaatst zijn, opdat men daarvan netvliesbeelden ontvangt, die voor het bepalen der vergrooting geschikt zijn?

De bepaling van de vergrooting bij een optisch werktuig dient natuurlijk hoofdzakelijk om zijn waarde als hulpwerktuig bij het zien met de waarde van het oog alléén te vergelijken. Wil die vergelijking juist zijn, dan moeten daartoe oog en oog + optisch werktuig zooveel mogelijk onder analoge omstandigheden worden gebracht, hetgeen men bijvoorbeeld geschikt zou bereiken, door ze beide zoo gunstig mogelijk te laten werken, en zoo groot mogelijke netvliesbeelden te laten ontwerpen. Wat het zien met het ongewapende oog betreft, zou men daartoe het voorwerp zoo dicht mogelijk bij het oog moeten plaatsen, en de grootte van het netvliesbeeld moeten deelen op de grootste waarde, die dat beeld bij het gebruik der loupe kan verkrijgen. Dit zou ten opzichte van een bepaalden persoon een zeer goede absolute waardebepaling zijn van een loupe. Doch de ligging van 't p. p. is bij verschillende personen nog al afwijkend; en de afstand, waarvoor gedurende langeren tijd nog g e m a k k e l ij k kan worden geaccommodeerd zal eveneens veel kunnen verschillen. Buitendien is ook de bedoeling van de bepaling der vergrooting niet zoozeer, de absolute waarde van den microscoop voor een bepaalden persoon te kennen, als wel het vinden van een uitdrukking, die vooreerst voor de onderlinge vergelijking van microscopen dienstig is, en die tevens ook een direct beeld geeft van de practische waarde van elk optisch apparaat als netvliesbeeld-vergrootend werktuig voor het oog in het algemeen; voor een blootc vergelijking van de sterkte der microscoop-systemen zou natuurlijk de kennis hunner brandpuntsafstanden voldoende zijn. Om aan beide genoemde voorwaarden te voldoen, is men overeengekomen bij de vergrooting-bepaling het voorwerp te plaatsen op een conventioneel vastgestelden afstand, die niet te groot is, om tot een maximum-

grootte der netvliesbeelden te naderen, en die toch groot genoeg is, opdat de meerderheid der oogen er gedurende langeren tijd voor geaccommodeerd kunnen blijven. Men heeft voor dien afstand gekozen 25 cM., en noemt hem meestal den **afstand van duidelijk zien**. Deze term doet nog al eens verkeerde begrippen ontstaan, en is ook niet zeer gelukkig gekozen, want binnen zijn accommodatie-gebied ziet men op alle afstanden even duidelijk: een emmetroop met $\frac{1}{A} = 10$ even duidelijk op oneindigen afstand als op 10 cM. Men kan die uitdrukking als een verkorting beschouwen voor: kleine (dus voor 't zien van détails gunstige) afstand, waarvoor een gemiddeld oog gemakkelijk langen tijd kan accommodeeren, en die willekeurig als standaard-afstand voor het vergelijken van vergrootingen is gekozen. — Doch welken afstand moet men dan verder aan het door de loupe ontworpene virtueele beeld geven? Uit de formule $V = 1 - \frac{\beta}{\Phi}$ is 't duidelijk, dat bij toenemende β, naarmate Φ kleiner is, V spoediger aan β evenredig mag worden gesteld. Naarmate dus de loupe dichter bij de knooppunten van 't oog ligt, en haar brandpuntsafstand kleiner is, zal de grootte van 't door lens + oog op 't netvlies ontworpene beeld geringer veranderingen bij verplaatsingen van het virtueele loupe-beeld ondergaan. Het zou dus geheel onverschillig kunnen wezen, waar we ons dat virtueele beeld geplaatst dachten, en feitelijk is 't dit ook werkelijk veelal. Men is evenwel gewoon het virtueele beeld op denzelfden afstand, dus op 25 cM. van 't oog te laten vallen, want dan wordt het vergrootingsgetal, behalve door de verhouding der netvliesbeelden, ook door de verhouding van het virtueele beeld en het voorwerp zelf aangegeven, hetgeen voor de practische bepaling van veel gemak is. Dat dit zoo is, blijkt uit fig. 15. Stel dat hier de afstand van A B tot 't punt k der samengevallen knooppunten van 't oog gelijk 25 cM. is; nemen we verder aan dat A B′ de grootte is van 't virtueele, door een loupe ontworpen beeld van een voorwerp van de lengte A B, dan zullen de grootten der bedoelde netvliesbeelden worden

aangegeven door *a b* en *a b'*, en zal dus *de vergrooting* van de loupe worden bepaald door $\frac{a\,b'}{a\,b}$. Wegens de gelijkvormigheid

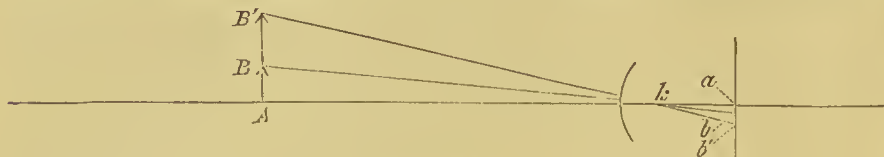


Fig. 15.

der driehoeken *a k b* en A *k* B, *a k b'* en A *k* B' kan men daar dan echter ook voor schrijven: $\frac{A\,B'}{A\,B}$. —

§ 45. Wij hebben nu een methode van vergrooting-bepaling verkregen, die zich gemakkelijk laat uitvoeren. Wanneer de brandpuntsafstand der loupe bepaald is, kan men de vergrooting berekenen volgens (30). Wenscht men haar proefondervindelijk te bepalen, dan zouden de boven gegeven beschouwingen onmiddelijk aangeven, dat men hiertoe in één oog moest ontwerpen: 1° het beeld van een 25 cM. van het oog verwijderde maat, 2° het door de te onderzoeken loupe ontworpene, eveneens 25 cM. voor 't oog gelegene virtueele beeld van een andere, op dezelfde wijze verdeelde maat. Wanneer dan bijv. het door loupe + oog verkregen netvliesbeeld van 1 mM. even groot is als het door het oog alleen gevormde van 1 cM., dan is het vergrootingsgetal 10. Zonder bepaaldelijk daartoe ingerichte werktuigen (die wij evenwel later zullen leeren kennen) is 't echter niet mogelijk in één oog, op dezelfde plek der retina, van twee op verschillende plaatsen gelegen voorwerpen scherpe beelden te ontwerpen. Men kan echter, zonder dat het vergelijken der beelden veel moeielijker wordt, deze over de beide oogen verdeelen, want, daar bij het binoculaire zien de gezichtsvelden der beide oogen in onze voorstelling elkaar bedekken, en tot één gezichtsveld samenvloeien, zal men ook, wanneer op de beide foveae centrales verschillende beelden vallen, deze in zijn voorstelling gesuperponeerd zien, en daardoor de betrekkelijke grootte dier netvliesbeelden kunnen vergelijken. Stel bijv. dat men door het linker oog naar een 25 cM. verwijderde maat ziet, dan zal, wegens de asso-

ciatie der accommodatie in de beide oogen, ook het rechter oog voor dien afstand zijn ingesteld; ziet nu dat rechteroog door middel van een loupe naar een op analoge wijze verdeelde maat, en ziet men gelijktijdig beide beelden scherp, dan moet dus ook het virtueele, door de loupe ontworpene beeld 25 cM. voor het oog liggen; wanneer men dan n verdeelingen van de door de loupe beschouwde maat een zelfde uitgestrektheid in het gezichtsveld ziet innemen als m verdeelingen, die door het oog alleen worden bezien, dan is de vergrooting $\frac{m}{n}$. — In zijn voorstelling vergelijkt men hierbij de grootte van de eene maat met die van het virtueele loupe-beeld van de andere: het is alsof men de maatstok langs het op 25 cM. door de loupe ontworpen beeld legt, en dit meet; in werkelijkheid echter vergelijkt men de beide netvliesbeelden. — Deze methode van vergrooting-bepaling heet de methode door **dubbelzien.**

§ 46. Tot nog toe stelden we als object eenvoudig een loodrecht op de as gericht lijntje; de vergrooting welke dit in een bepaald geval ondergaat noemt men dan ook de **lineaire vergrooting.** Wenscht men de vergrooting te kennen, die een lichtend, in één van twee geconjugeerde vlakken gelegen oppervlak bij de beeldvorming zal ondergaan, dan is het duidelijk, dat die **vlakke vergrooting** zal worden aangegeven door het quadraat der lineaire. Men kan zich immers de lichtende voorwerp-vlakte als uit oneindig kleine quadraten samengesteld denken; wanneer nu de lineaire vergrooting van de bedoelde geconjugeerde vlakken V is, dan zal de vergrooting, die één zoo'n quadraat bij de beeldvorming ondergaat, V^2 zijn, terwijl verder ook de som van de oppervlakten der gezamenlijke beeld-quadraten een oppervlak zal vormen, dat eveneens V^2 maal zoo groot is als het oppervlak der gezamenlijke voorwerp-quadraten. — B ij h e t a a n g e v e n v a n v e r g r o o t i n g e n w o r d t e c h t e r s t e e d s d e l i n e a i r e, n o o i t d e v l a k k e v e r g r o o t i n g g e b e z i g d.

§ 47. Wanneer van „de" vergrooting wordt gesproken, wordt hiermede steeds bedoeld de vergrooting, die een loodrecht op de as gerichte lijn bij de beeldvorming ondergaat, dus de lineaire

vergrooting loodrecht op de as, ook wel de **laterale** vergrooting genoemd. Hiermede is evenwel het vraagstuk van de vergrooting nog niet algemeen opgelost. Denken we ons bijv. dat de lijn, die men door de loupe beziet, ten opzichte van de gezichtslijn helt, hoeveel zal dan de vergrooting van het virtueele beeld bedragen? Of algemeener gezegd: wanneer niet een vlakke, loodrecht op de as gerichte figuur, maar een lichaam door de loupe wordt bezien, welken vorm zal dit dan in het virtueele beeld aannemen? Men kan dan wel is waar, als voor elk stel geconjugeerde vlakken de lineaire vergrooting bekend is, voor elke doorsnede door het lichaam volgens een vlak loodrecht op de as de beelden der verschillende doorsnee-figuren construeeren, maar op welken onderlingen afstand zullen die beelden gelegen zijn?

In een bepaald geval zou men den afstand tusschen twee willekeurige beeldvlakken, bijv. tusschen de voor- en achtervlakte, dus de **beeldlengte**, uit de gegevens kunnen berekenen. Laat bijv. een kubus met een ribbe r door een loupe worden bezien, en daarbij met het midden van een zijner vlakken loodrecht op de gezichtslijn worden gehouden. Stellen we dat dat voorvlak op een afstand l_1 van de lens moet liggen, opdat het virtueele beeld er van aan het begin van het accommodatie-gebied van het waarnemende oog valle, en nemen we verder aan, dat de achtervlakte, die ook nog in het accommodatie-gebied wordt afgebeeld, daarbij op den afstand l_2 van de lens zich bevindt. Wanneer nu de brandpuntsafstand f der lens gegeven is, dan kan uit $\frac{1}{l_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f}$ en uit $\frac{1}{l_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f}$ de waarde van b_1 en van b_2 worden berekend; b_2-b_1 zal dan de gevraagde beeldlengte wezen. Voor lijnen, die in den voorwerp-kubus dicht bij en evenwijdig aan de optische as, van het voorvlak naar het achtervlak werden getrokken, zou $\frac{b_2-b_1}{r}$ eveneens de vergrooting aangeven, welke deze bij de beeldvorming ondergaan, maar die breuk zou niet in 't algemeen de vergrooting van willekeurige, tusschen die vlakken getrokken lijnen bepalen, bijv. de vergrooting van een ribbe (tenzij natuurlijk weer de geheele

kubus zeer klein was); 't is namelijk duidelijk, dat, wegens hun ongelijken afstand van de lens, de vergrooting, die vóór- en achtervlakte ondergaan, niet gelijk kan wezen, zoodat 't beeld van den kubus geen kubus zal zijn, maar een figuur, wier juiste vorm zich niet onmiddelijk geheel laat aangeven.

Onderstel evenwel, dat we in 't beeld niet den afstand bepalen van vóór- en achtervlakte, maar den afstand van de voorvlakte en van een doorsneevlak, dat we ons op zeer kleinen, als men wil oneindig kleinen afstand daarvan in den voorwerpkubus aangebracht denken. Wegens 't gering verschil in ligging tusschen de beide voorwerp-vlakken, zal dan de grootte der beeldvlakken als gelijk mogen worden beschouwd en zal dus de afstand tusschen die twee beeldvlakken ($b'_2 - b_1$) ook de lengte aangeven van de lijnen, die de hoekpunten van 't eene beeld-quadraat met de overeenkomstige hoekpunten van 't andere beeld-quadraat verbinden, en die men als de beelden zal mogen beschouwen van de korte ribben van 't platte parallelopipedum, dat door 't vermelde doorsnee-vlak van den kubus is afgesneden.

Wanneer men nu r' de zeer geringe diepte in de richting van de as van dat deelstuk van den kubus noemt, dan ziet men in, dat niet alleen $b'_2 - b_1$ de *beeldlengte* aangeeft, maar dat ook $\frac{b'_2 - b_1}{r'}$ de vergrooting is, die in de richting van de as op willekeurige plaatsen in het voorwerp, tusschen vóór- en achtervlakte getrokken lijnen bij de beeldvorming ondergaan: $\frac{b'_2 - b_1}{r'}$ is dus algemeen de vergrooting in de richting van de as of de zoog. **axiele** vergrooting.

Ten einde dus het virtueele beeld van den geheelen kubus te construeeren, zou men dezen eigenlijk door loodrecht op de as geplaatste vlakken in parallelopipedums van zeer kleine hoogte moeten verdeelen, voor elk van deze de laterale vergrooting (wegens 't gering verschil in ligging is deze voor vóór- en achtervlakte dezelfde) en de axiele vergrooting moeten kennen, en uit de beelden dier gezamenlijke deelstukken het definitieve beeld moeten opbouwen.

Ofschoon men natuurlijk aldus practisch nooit een constructie zal uitvoeren, is 't toch zeer gewenscht dat men weet, evenals dit voor de laterale reeds het geval is, op welke wijze de axiele vergrooting van de gegevens en van de constanten van het optische stelsel afhangt. Wij kleeden hiertoe de vraag als volgt in:

Zij gegeven een vlak, loodrecht op de optische as van een stelsel, en op den afstand λ van dit laatste (bij toepassing op 't voorbeeld van den kubus bijv. samenvallende met het voorvlak). Wordt gevraagd te berekenen de verschuiving, die het geconjugeerde beeldvlak zal ondergaan, wanneer het voorwerpvlak zich over zeer kleinen (oneindig kleinen) afstand verplaatst (zoodat dan bij ons voorbeeld het voorwerpvlak in kwestie zoo'n parallelopipedum-elementje van den kubus afsnijdt).

Noemen wij den aan λ geconjugeerden afstand β, en de beide brandpuntsafstanden van het optische stelsel Φ_1 en Φ_2 (bij een loupe en ook meestal bij den samengestelden microscoop zou $\Phi_1 = \Phi_2$ zijn, doch ter wille der algemeenheid zien wij hiervan voorloopig af), dan is (47):

$$\frac{\Phi_1}{\lambda} + \frac{\Phi_2}{\beta} = 1,$$

of:

$$\beta = \frac{\Phi_2 \lambda}{\lambda - \Phi_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

Laat nu λ toenemen met de voorloopig nog niet nader bepaalde waarde $\Delta \lambda$, en nemen wij aan, dat de overeenkomstige verandering, die β daarbij ondergaat, $\Delta' \beta$ is, dan moet:

$$\beta + \Delta' \beta = \frac{\Phi_2 (\lambda + \Delta \lambda)}{(\lambda + \Delta \lambda) - \Phi_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

Door (56) van (57) af te trekken krijgen wij dan:

$$\Delta' \beta = \frac{\Phi_2 (\lambda + \Delta \lambda)}{(\lambda + \Delta \lambda) - \Phi_1} - \frac{\Phi_2 \lambda}{\lambda - \Phi_1},$$

zoodat de vergrooting, die een *langs de as gemeten* afstand $\Delta \lambda$ bij de beeldvorming heeft ondergaan, aangegeven wordt door:

$$\frac{\Delta' \beta}{\Delta \lambda} = \frac{\dfrac{\Phi_2 (\lambda + \Delta \lambda)}{(\lambda + \Delta \lambda) - \Phi_1} - \dfrac{\Phi_2 \lambda}{\lambda - \Phi_1}}{\Delta \lambda},$$

welke vorm na eenige vereenvoudiging oplevert:

$$\frac{\Delta' \beta}{\Delta \lambda} = - \frac{\Phi_1 \Phi_2}{(\lambda + \Delta \lambda - \Phi_1)(\lambda - \Phi_1)}, \quad \ldots \ldots (58)$$

Deze vergelijking geldt nog voor elke waarde van $\Delta \lambda$, en geeft dus in 't algemeen, door oplossing van $\Delta' \beta$ slechts de *beeldlengte*. De breuk $\frac{\Delta' \beta}{\Delta \lambda}$ zal echter overgaan in de waarde der axiele vergrooting, wanneer men voor $\Delta \lambda$ en $\Delta' \beta$ voldoend kleine waarden neemt. Die waarden zullen wij als $d \lambda$ en $d' \beta$ onderscheiden, en krijgen dan:

$$\frac{d' \beta}{d \lambda} = - \frac{\Phi_1 \Phi_2}{(\lambda - \Phi_1)^2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (59)$$

want, wanneer $\Delta \lambda$ zeer klein is, zal deze grootheid den vorm $\lambda - \Phi_1$ geen vermeerdering doen ondergaan, die in de uitkomst merkbaar of althans van beteekenis is, zoodat $\lambda - \Phi_1$ voor $\lambda + d \lambda - \Phi_1$ mag worden geschreven.

Vermenigvuldigen we nu teller en noemer van die breuk met $\frac{\Phi_1}{\Phi_2}$, en stellen we haar in dezen vorm:

$$\frac{d' \beta}{d \lambda} = - \frac{1}{\left(\frac{\lambda - \Phi_1}{\Phi_1}\right)^2 \times \frac{\Phi_1}{\Phi_2}} = - \frac{1}{\left\{-\left(1 - \frac{\lambda}{\Phi_1}\right)\right\}^2 \times \frac{\Phi_1}{\Phi_2}},$$

dan mogen we volgens (45) ten slotte hiervoor schrijven:

$$\frac{d' \beta}{d \lambda} = - \frac{1}{\left(\frac{v}{v'}\right)^2 \times \frac{n}{m}} = - \left(\frac{v'}{v}\right)^2 \times \frac{m}{n},$$

of ook, daar het minteeken niets aan de numerieke waarde van $\frac{d' \beta}{d \lambda}$ afdoet, en alleen daarop ziet, dat geconjugeerde verschuivingen van beeld en voorwerpvlak steeds in tegengestelde richtingen plaats hebben:

$$\frac{d' \beta}{d \lambda} = \left(\frac{v'}{v}\right)^2 \times \frac{m}{n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (60)$$

Het blijkt dus, dat in een bepaald punt der as de

axiele vergrooting het quadraat is van de laterale vergrooting, maal de verhouding van de brekingsindices der media, waarin de invallende en de voor 't laatst gebroken stralen verloopen.

Wanneer verder, zooals steeds bij de loupe 't geval is, het eerste en het laatste medium een zelfden brekingsindex bezitten, dus als $m = n$ is, dan wordt de axiele vergrooting gelijk aan 't quadraat der laterale, wat we, door $\Phi_1 = \Phi_2$ te nemen, ook onmiddelijk uit (59) hadden kunnen afleiden.

§ 48. Het laat zich zeer gemakkelijk berekenen, dat een emmetroop met $\frac{1}{A} = 8$ — die dus zonder bril over een oneindige uitgestrektheid scherp ziet — door $+ 4$ zijn accommodatie-gebied (R — P) tot 17 cM. verkleint, terwijl dit verder door $+ 8$ reeds tot 6 cM. wordt ingekort. Hoe sterker de lens, des te geringer zal steeds de uitgestrektheid worden in de richting der as, die kan worden overzien. Wij weten allen hoe gering bij een object de diepte is, die wij met een loupe, zonder den afstand van 't voorwerp te veranderen scherp kunnen waarnemen.

Die sterke inkorting van het accommodatie-gebied bij het gebruik van positieve lenzen wordt verklaard door de boven gevonden waarde voor de axiele vergrooting.

Stel toch dat men met een loupe een lichtpunt beziet, hetgeen eerst op zoodanigen afstand op de as ligt, dat 't virtueele beeld er van in 't begin van het accommodatie-gebied valt; wanneer nu het lichtpunt zich met gelijkmatige snelheid van de loupe af beweegt, dan zullen de virtueele beelden volstrekt niet eveneens met gelijkmatige snelheid zich van den waarnemer verwijderen, maar steeds sneller en sneller, naarmate 't lichtpunt het brandpunt der loupe nadert; de snelheid van verplaatsing der beeldpunten wordt immers aangegeven door 't quadraat van de ter plaatse van elk beeldpunt geldende laterale vergrooting, en deze zelf neemt weer zeer snel met de verwijdering van 't lichtpunt van de loupe toe.

Men ziet dus in, welk een sterke uitrekking de vorm der

voorwerpen in het virtueele beeld moet ondergaan, en omgekeerd begrijpt men hierdoor, hoe die uitrekking oorzaak is, dat men door zijn accommodatie slechts zoo'n klein gebied kan overzien, en waarom dit laatste des te kleiner wordt, naarmate de loupe sterker is. Dat men niettemin bij het gebruik van microscopen niets van een uitrekking in de richting der as bemerkt, is daarvan een gevolg, dat de opeenvolgende doorsneden van het virtueele beeld met vlakken loodrecht op de as figuren geven, die perspectievisch juist zijn [1]). Evenmin als we bij een goede vlakke teekening van een voorwerp er een onjuiste voorstelling van krijgen, ofschoon de betrekkelijke ligging der verschillende punten in één vlak is aangegeven, evenzoo weinig zien wij door den microscoop de objecten in onjuisten vorm, niettegenstaande de virtueele beeldpunten op afstanden liggen, die met de werkelijke verhoudingen geheel niet overeenstemmen, want in beide gevallen ontvangt de waarnemer een beeld op de retina, dat gelijkvormig is met het beeld, dat door het voorwerp zelf zou worden ontworpen.

Van meer gewicht nog dan bij den enkelvoudigen microscoop is, zooals wij weldra zien zullen, de inkorting van 't accommodatie-gebied bij den samengestelden microscoop.

§ 49. De wijzen waarop bij den enkelvoudigen microscoop de lenzen aan houders of draagarmen zijn bevestigd, en de samenstelling van deze laatsten zelf, zijn zoo eenvoudig, dat het niet noodzakelijk is, hiervan beschrijvingen te geven; waar een en ander, bijv. bij zoogenaamde praepareer-microscopen, ook al iets samengestelder mocht worden, zal het gebruik door hetgeen weldra omtrent den bouw der samengestelde microscopen zal worden gezegd, gereedelijk worden begrepen.

---

1) E. Abbe, *Beschreibung eines neuen stereoskopischen Oculars nebst allgemeinen Bemerkungen über die Bedingungen mikro-stereoskopischer Beobachtung.* Zeitschrift für Mikroskopie. Berlin, Denicke's Verlag, Jahrgang II, pag. 227.

De literatuur-opgave voor dit Hoofdstuk voegen we bij die voor Hoofdstuk IV.

RESUMTIE VAN HOOFDSTUK III.

Wanneer een voorwerp zoo klein is dat het, zelfs zoo dicht mogelijk voor het oog gehouden, geen netvliesbeeld geeft, dat groot genoeg is om voldoende détails te laten onderscheiden, dan wordt door middel van *microscopen* het netvliesbeeld kunstmatig vergroot. —

De minst samengestelde microscopen vormen de enkelvoudige; de meest gewone van deze is de *loupe*, welke alleen uit één enkele, sterk positieve lens bestaat.

Wanneer men loupe + oog als één geheel, als 't ware als een nieuw oog beschouwt, dan berust de werking der loupe op het naderbij brengen van het p. p., en op de verwijdering van het netvlies van de knooppunten.

Wanneer men de werking der loupe afzonderlijk beschouwt, dan moet men die daaruit verklaren, dat ze in het accommodatie-gebied van het waarnemende oog een vergroot, virtueel beeld vormt.

Een uit één enkele lens bestaande, eenigszins sterke loupe levert geen zeer scherpe beelden meer, vooral als deze uitgebreid moeten zijn; de zuiverheid der beeldvorming kan echter worden verhoogd door de vorming van het virtueele beeld over meerdere, geschikt gecombineerde lenzen te verdeelen; dit geschiedt bij de zoogenaamde *doubletten* en *tripletten*. —

Voor de vergelijking der sterkte van microscopen is 't voldoende hun brandpuntsafstand te kennen. Wanneer men echter die vergelijking wil doen plaats hebben op een wijze, welke direct een maat is voor het netvliesbeeld-vergrootend vermogen van het werktuig, dan geschiedt dit door „*de vergrooting*".

Onder „de vergrooting" verstaat men de vergrooting, welke een loodrecht op de as gericht lijntje bij de vorming van het virtueele beeld ondergaat, wanneer dit laatste wordt ontworpen op zekeren kleinen (dus voor 't zien van détails gunstigen) afstand, waarvoor een gemiddeld oog, zonder vermoeid te worden, gedurende langeren tijd kan accommodeeren, en welke afstand willekeurig voor het vergelijken van 't vergrootend vermogen der microscopen is gekozen. Die conventioneele afstand is 25 cM., en wordt gewoonlijk, hoewel minder juist, *afstand van duidelijk zien*, genoemd. — Daar volgens deze definitie de vergrooting de verandering in afmeting bepaalt, die een l ij n t j e bij de beeldvorming ondergaat, wordt zij ook wel de *lineaire* vergrooting genoemd, en daar dat lijntje buitendien loodrecht op de as is gelegen, ook wel de *laterale, lineaire* vergrooting; de gewone afkorting hiervoor blijft echter „de vergrooting".

De *vlakke* vergrooting is het quadraat der lineaire.

Wanneer men een volledige voorstelling wil hebben van de beeldvorming, dan is het niet voldoende de vergrooting te kennen, die opeenvolgende doorsneden van het voorwerp volgens vlakken loodrecht op de optische as bij de beeldvorming ondergaan, maar dan moet men ook weten op welken afstand die doorsneefiguren in het beeld komen te liggen; hierdoor zou dan synthetisch de uitgestrektheid, die het beeld in de richting der as zal innemen, kunnen worden afgeleid.

Wanneer het uitsluitend om de kennis dier *beeldlengte*, dus om den afstand van twee uiterste, op de as gelegen beeldpunten te doen was, dan zou men deze natuurlijk gemakkelijker uit de ligging der correspondeerende lichtpunten voor elk bijzonder geval kunnen berekenen.

Wanneer men evenwel in 't algemeen de factoren wil leeren kennen, die de beeldlengte bepalen, dan doet men 't best zich 't voorwerp door vlakken loodrecht op de as in zoo kleine stukken verdeeld te denken, dat voor twee opeenvolgende deelingsvlakken de laterale vergrooting gelijk mag worden genomen. Het blijkt dan, dat bij een willekeurig optisch stelsel de vergrooting, welke de afstand tusschen twee opeenvolgende deelende vlakken, en dus de diepte van zoo'n deelstuk van 't voor-

werp, bij de beeldvorming ondergaat, gelijk is aan 't quadraat der voor de deelende vlakken geldende laterale vergrooting, maal de verhouding van de brekingsindices der media, waarin de invallende en de voor 't laatst gebroken stralen verloopen. Die vergrooting noemt men de *axiele* vergrooting. Daar bij den enkelvoudigen mieroscoop steeds de invallende en de gebroken stralen in hetzelfde medium (in lueht) verloopen, wordt daar dus de axiele vergrooting het quadraat der laterale.

Wanneer men de definitie van de axiele vergrooting nog iets anders inkleedt, dan kan men zeggen, dat deze de versehuiving bepaalt, die het beeldpunt zal ondergaan, wanneer het geeonjugeerde liehtpunt zieh over een zeer kleinen afstand verplaatst. —

Zoowel praetiseh als door berekening blijkt het zeer gemakkelijk, dat door positieve lenzen naarmate deze sterker worden, de lengte van het aecommodatie-gebied zeer wordt ingekort. Dit wordt verklaard door de hooge waarde der axiele vergrooting. Wanneer toch een lichtpunt zieh met gelijkmatige snelheid van het oppervlak van een lens naar haar brandpunt toe beweegt, dan zal het geeonjugeerde beeldpunt geenszins eveneens met gelijkmatige snelheid zieh verplaatsen, maar steeds sneller en sneller, zoodat bij een geringe verplaatsing van het liehtpunt, het beeldpunt reeds een zeer groot aeeommodatie-gebied kan hebben doorloopen, ook wanneer de aanvangssnelheid van het beeldpunt eveneens betrekkelijk klein was.

Ten gevolge der sterke axiele vergrooting ondergaan de beelden in de riehting der as een zeer aanmerkelijke uitrekking; dat men hiervan bij het zien door een mieroseoop niets bemerkt, is een gevolg van juiste perspeetievisehe verhoudingen tussehen opeenvolgende doorsneefiguren van het beeld met vlakken loodrecht op de as.

HOOFDSTUK IV.

De samengestelde microscoop.

SCHEMA VAN ZIJN WERKING. BOUW. VERLICHTING; PLATTE EN HOLLE SPIEGEL, DIAPHRAGMA'S, CONDENSORS. BEPALING DER CARDINAALPUNTEN. STRALENGANG, WIJDTE DER HET BEELD VORMENDE LICHTKEGELS, OPENINGSHOEK. VERGROOTING; TOTALE EN PARTIËELE VERGROOTING, WARE EN SCHIJNBARE OPPERVLAKTE VAN HET GEZICHTSVELD. DIEPTE VAN HET ACCOMMODATIEGEBIED, FOCUS-DIEPTE, TOTALE DIEPTE VAN HET GEZICHTSVELD. LICHTSTERKTE VAN HET GEZICHTSVELD. IMMERSIESYSTEMEN; DE WAARDE DER IMMERSIE VOOR DE LICHTSTERKTE VAN HET VELD, NUMERISCHE APERTUUR; KORT BEGRIP VAN HET VERBAND TUSSCHEN DE NUMERISCHE APERTUUR EN HET OPLOSSEND VERMOGEN VAN OBJECTIEVEN.

§ 50. Waar het aankomt op sterker vergrooting en toch op groote zuiverheid en goede lichtsterkte der netvliesbeelden, daar zijn de enkelvoudige microscopen onvoldoende, en moet de **samengestelde microscoop** worden aangewend.

Als type kan dit werktuig worden voorgesteld door twee positieve lenzen of lenzen-systemen, waarvan het deel van het optische apparaat, dat bij de waarneming naar het voorwerp wordt toegekeerd den naam **objectief**, en het andere, dat voor het oog wordt gehouden, den naam **oculair** draagt.

Terwijl nu door den enkelvoudigen microscoop, ook daar, waar deze uit meerdere lenzen bestaat, nooit reëele, maar steeds

virtueele beelden worden gevormd, is dat bij den samengestelden microscoop wèl het geval. Bij het gebruik van dezen laatsten wordt namelijk het objectief op zoodanigen afstand van het voorwerp gebracht, dat hiervan vóór het oculair een reëel beeld wordt gevormd, en wel op zoodanige plaats voor dit laatste, dat dit er in het accommodatiegebied van den waarnemer een virtueel beeld van ontwerpt.

Fig. 16.

§ 51. Alvorens wij ons evenwel nauwkeuriger met de optische werking bekend maken, willen wij eerst de hoofdzaken van de mechanische inrichting nader in oogenschouw nemen. Wij laten hierbij onze beschrijving van directe toepassing zijn op een der middelsoortstatieven die het meest worden gebruikt: het statief VII[b] uit de fabriek van CARL ZEISS in Jena (fig. 16).

De standaard, waaraan objectief en oculair afzonderlijk kunnen worden bevestigd, draagt den naam *statief*. Dit bestaat in de eerste plaats uit een *voet* V, waarop het geheel rust, dan uit een *voorwerptafel* D, waaraan tevens de apparaten tot regeling der verlichting zijn bevestigd, vervolgens uit een draagstel A A′, waarvan het deel *c* een holle

cylinder is, waarin de tubus T kan worden op en neder geschoven; de tubus neemt aan de bovenzij het oculair O *c* op, en aan de onderzij wordt er het objectief O *b* aangeschroefd. Van binnen is de tubus zwart gemaakt, om te verhinderen, dat de beelden onzuiver worden door lichtstralen, die door reflexie tegen de wanden uit een richting komen, die niet door het optische stelsel voor deze is aangewezen.

De voorwerptafel bevat een slee S, waaraan een hulsel is bevestigd, waarin een cylinder in de richting der as van den tubus kan worden op en neer geschoven. In dien cylinder kunnen aan de bovenzijde (bij D) zoogenaamde diaphragma's worden geplaatst, dat zijn kleine, platte stukjes koper, met een grootere of kleinere opening in het midden; wanneer de cylinder met een diaphragma zoo hoog mogelijk naar boven wordt geschoven, dan komt de bovenvlakte van het diaphragma nagenoeg met de bovenvlakte van de voorwerptafel gelijk. Door het diaphragma lager of hooger te stellen, en door een diaphragma met nauwer of wijder opening te gebruiken, wordt de verlichting van het op de voorwerptafel gebrachte voorwerp geregeld.

Onder aan de tafel bevindt zich de *spiegel sp*, welke meest, evenals hier, aan de eene zijde plat en aan de andere hol is; bij het hier beschouwde statief is de spiegel naar verschillende zijden bewegelijk, en kan ook hooger of lager worden gesteld. Bij *k* en *k'* bevinden zich in de tafel *klemveeren*, welke gebruikt worden om het voorwerpglaasje in een bepaalde ligging te fixeeren; daar dit echter slechts zelden te pas komt, en daar ze overigens het bewegen van 't voorwerp nog al eens hinderen, doet men wèl, ze alleen onmiddelijk voor het gebruik in de voorwerptafel te steken.

Voor grovere instelling wordt de tubus vrij uit de hand in het cylinder-hulsel *c* op en neer geschoven (bij samengesteldere statieven geschiedt deze beweging veelal door middel van een tandrad); de fijnere instelling geschiedt door de *micrometerschroef* M, waarmede het geheele draagstel A A' wordt op en neer bewogen. Bij die beweging verschuift namelijk een uitholling in A over een daarin juist passende driehoekig-prisma-

tische stang *p*. Wanneer de micrometer-beweging iets stroef gaat, en 't dus waarschijnlijk is, dat de over elkaar bewegende deelen moeten worden gesmeerd (men neme hiervoor vaseline), dan draait men 't knopje *k''* van den micrometer-knop M af, schroeft het daardoor vrij komende te liggen schroefje los, draait den micrometer-knop zoolang in een richting, tegengesteld aan de beweging der wijzers van een op tafel liggend horloge, tot men die knop vrij in de hand heeft, licht dan het stel A A' van de prisma-stang *p* voorzichtig af, en kan nu het vereischte verrichten. —

Het instrument behoort goed te worden onderhouden, het koperwerk moet dikwijls worden afgeveegd met droge, niet te grove doeken; de vrij liggende vlakken der lenzen behooren telkens na gebruik met fijne zeemlederen lapjes te worden schoongemaakt. Van het koperwerk bestede men vooral zorg aan de buitenzij van dat deel van den tubus, dat in het hulsel *c* moet glijden; het worde dikwijls gereinigd en daardoor vrij gehouden van roest, die anders spoedig zou bewerken, dat het schuiven bijna niet meer te regeeren was; bij het op en neer bewegen wordt de tubus ook nooit daar ter plaatse aangeraakt, maar steeds aan het hoogere, geverniste deel. Toch hoede men zich bij het schoonhouden voor overdrijving; een al te spiegelgladde tubus zakt wel eens van zelf langzaam naar beneden, of doet dit althans het geval zijn, wanneer hij met nevenapparaten, als bijv. een camera lucida wordt belast. De juiste mate van wrijving is, dat een kracht, iets geringer dan de zwaarte van het statief, voldoende is, om de uitschuiving te bewerken, want dan kan deze nog gemakkelijk met één hand worden volbracht; ook behoort de wrijving op alle deelen van den tubus gelijkmatig te zijn, opdat deze bij uit- of inschuiving zonder schokken op en neer glijde. Is op deze wijze eenmaal de wrijving van den tubus geregeld, dan gaat het zeer gemakkelijk en snel om een voorwerp in te stellen. Men neemt hiertoe eerst even den tubus uit zijn hulsel (als men handigheid in de regeling der verlichting heeft verkregen is dit meest niet meer noodig), ziet met één oog door den hollen cylinder naar het diaphragma (men neme in den beginne dat met de wijdste of met de middelste

opening), richt daarna den spiegel (men gebruike in den aanvang steeds den hollen) bijv. op een helderwitte wolk, en beweegt hem daartoe zoolang, tot men het beeld van de wolk geheel of ten deele door het diaphragma ziet of tot althans de opening helder is verlicht; men plaatst nu den van objectief en oculair voorzienen tubus weer in 't hulsel, en schuift dien naar beneden tot de ondervlakte van het objectief dicht bij het in 't centrum der diaphragma-opening geplaatste voorwerp staat, ziet dan in den tubus, en schuift dezen, terwijl men zonder zich eenigszins in te spannen er in blijft kijken, met één hand naar boven, tot het beeld van 't voorwerp zichtbaar wordt, en stelt dan scherp in door middel van de micrometerbeweging.

§ 52. Een eerste zaak, die wij bij de werking van den microscoop hebben te bestudeeren, is de wijze waarop de voorwerpen die door den microscoop moeten worden waargenomen, lichtend worden gemaakt.

Gelijk bekend wordt met den microscoop bijna altijd bij doorvallend licht gezien, en worden daartoe van het object, als dit niet reeds uit zich zelf dun genoeg is, *doorsneden* (*coupes*) vervaardigd. Wanneer zich dan als lichtbron onder de voorwerptafel een vlak bevindt, welks punten naar alle richtingen licht uitzenden, dan zal elk punt van 't voorwerp uit de verschillende punten van die vlakte afzonderlijke lichtstralen, en dus in 't geheel, van de gezamenlijke punten der lichtbron, een lichtkegel ontvangen; die punten van 't voorwerp, welke voldoende doorschijnend zijn, zullen dan de ontvangen kegels doorlaten, zoodat het effect hetzelfde zal wezen, alsof de doorzichtige plaatsen van 't voorwerp zelflichtend waren.

Als lichtbron wordt meest het diffuse hemellicht, en wel 't beste een helderwitte wolk gebezigd. Bij sommige eenvoudige demonstratie-microscopen, die bestemd zijn om in een auditorium van hand tot hand te worden rondgegeven, bevindt zich onder de voorwerptafel geen afzonderlijke verlichtingstoestel, maar wordt het geheele instrument vrij uit de hand met de voorwerptafel naar het daglicht toegekeerd, en aldus het object bezien. Daar in dezen stand het object op de voorwerptafel

bevestigd moet wezen, wat voor het gewone werken zeer ongemakkelijk is, wordt bij alle gewone statieven aan dit tafelvlak een horizontale stand gegeven, en bevindt er onder zich de reeds vermelde spiegel, welke het licht naar het voorwerp reflecteert.

Gelijk we boven reeds vermeldden, is de eene zijde van den spiegel bij den microscoop hol, de andere vlak; onderstellen we eerst dat de vlakke zijde wordt gebruikt. Men ziet dan zonder bezwaar in, dat deze, als men abstraheert van het lichtverlies door terugkaatsing, eenvoudig het effect heeft, alsof de lichtbron, in plaats van vóór den spiegel, zich op gelijken afstand er onder bevond, en haar stralen ongehinderd naar het object kon afzenden, zoodat dus het voorwerp op dezelfde wijze wordt verlicht, als wanneer het onmiddelijk tegenover de lichtbron werd gehouden. — In plaats van aldus tot de lichtbron terug te keeren, kan men ook eenvoudiger het spiegelvlak zelf als nieuwe lichtbron beschouwen; immers, wanneer de lichtbron slechts uitgestrektheid genoeg heeft, zal elk punt van den spiegel volgens alle richtingen licht ontvangen en uitzenden, en zal dus zelf als een lichtend punt mogen worden beschouwd. Dat hierbij de lichtbron voldoende uitgestrekt moet zijn, is duidelijk uit fig. 17, want als bijv. in de richting E*e* geen punt van de lichtbron meer voorhanden was,

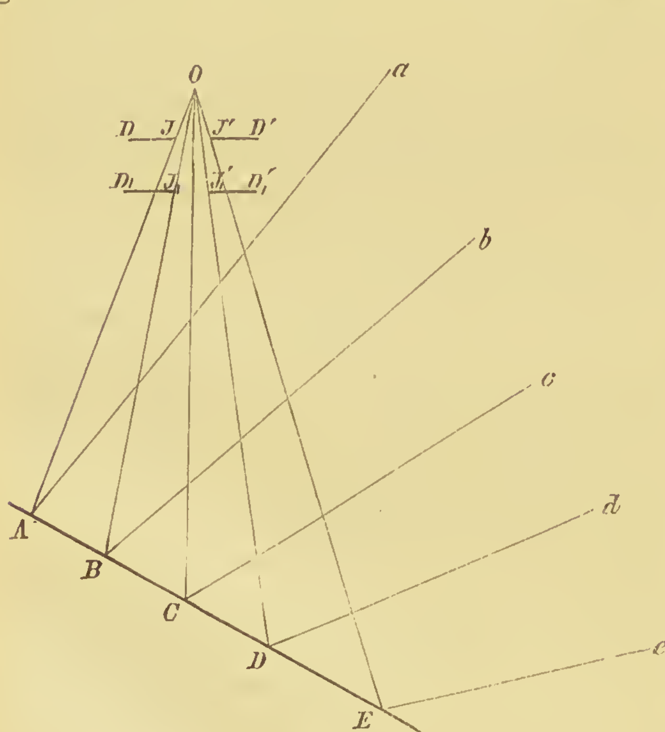


Fig. 17.

dan zou ook volgens E O geen lichtstraal 't punt O bereiken, en zou dus ook 't punt E niet meer als naar alle richtingen licht uitstralend mogen worden beschouwd.

§ 53. Men heeft vroeger zeer zonderlinge denkbeelden gehad (en ook tegenwoordig worden deze nog vrij veelvuldig aangetroffen) over de verschillende werking van den platten en van den hollen spiegel. Men meende dat de platte spiegel met evenwijdige, en dat de holle met convergeerende lichtstralen het voorwerp verlichtte. Dit was natuurlijk gegrond op de onderstelling, dat de lichtbron evenwijdig licht uitzond. Daar dat evenwel bij een doelmatige verlichting nooit het geval is, vervalt van zelf die beschouwingswijze met haar gevolgtrekkingen. In aansluiting aan wat we voor den platten spiegel zeiden, ziet men daarentegen in, dat ook bij den hollen, wanneer slechts de lichtbron weer uitgestrekt genoeg is, alle punten als lichtende punten mogen worden beschouwd, zoodat dus in dat geval de verlichting der beide spiegels geen merkbaar verschil kan opleveren.

Toch weet ieder, die eenige ondervinding van microscopie heeft, dat meestal de holle spiegel meer licht geeft dan de platte. De verklaring der schijnbare tegenspraak is echter gemakkelijk te geven.

Is bijv. P Q (fig. 18) de lichtbron of de opening die de uitgestrektheid er van beperkt (bijv. de vensteropening), dan zou een punt O van twee uiterste punten van den platten spiegel, dus volgens de richtingen A O en E O, geen licht ontvangen, want volgens de daaraan correspondeerende invalsrichtingen A′ A en E′ E kunnen geen lichtstralen vanuit de lichtbron den spiegel treffen. De werkzame oppervlakte van den spiegel zou dus, zooals men uit de figuur inziet, tot B D zijn beperkt. Tevens echter leidt men gemakkelijk uit de teekening af, dat de boven A en E gelegen punten *a* en *e* van een hollen spiegel nog wel uit de lichtbron ontvangen licht naar O kunnen terugzenden, zoodat bij gebruik van dezen het werkzame oppervlak veel grooter is. De sterkere verlichting door den hollen spiegel blijkt dus alleen daarvan een gevolg te zijn, dat deze beter dan een platte geschikt is om

een lichtbron van beperkte uitgestrektheid voor 't verkrijgen van wijde verlichtingskegels te benuttigen; wanneer de lichtbron willekeurig uitgestrekt kan worden aangenomen, dan blijft de werking van beide spiegels, zooals we boven reeds uitmaakten dat 't geval moest zijn, gelijk.

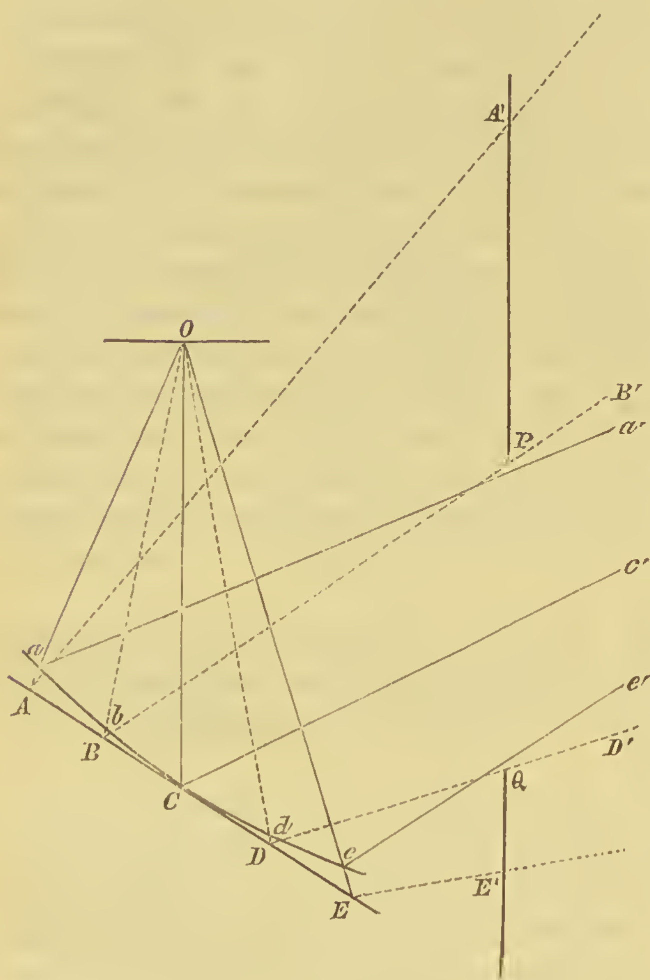


Fig. 18.

Voor een goed begrip van de werking der beide spiegels is het echter ook nog wenschelijk de grootte der deelen van 't voorwerp, die door beide verlicht kunnen worden, te vergelijken; hierbij blijkt het dan, dat het meerdere licht dat één punt van 't voorwerp door den hollen spiegel ontvangt, als 't ware onttrokken is aan andere punten van de voorwerp-vlakte, die bij gebruik van den hollen in 't geheel niet, of althans minder verlicht zijn, dan dit bij gebruik van den platten 't geval is. Zoo is bijv. *a* het laatste punt links van O, dat in fig. 19 nog licht van de lichtbron door bemiddeling van den hollen spiegel ontvangt, terwijl bij gebruik van den platten dat punt bij *b* zou gelegen zijn. — Ten slotte zien we dus, dat

het verschil tusschen de beide spiegels daarin bestaat, dat bij beperkte uitgestrektheid van de

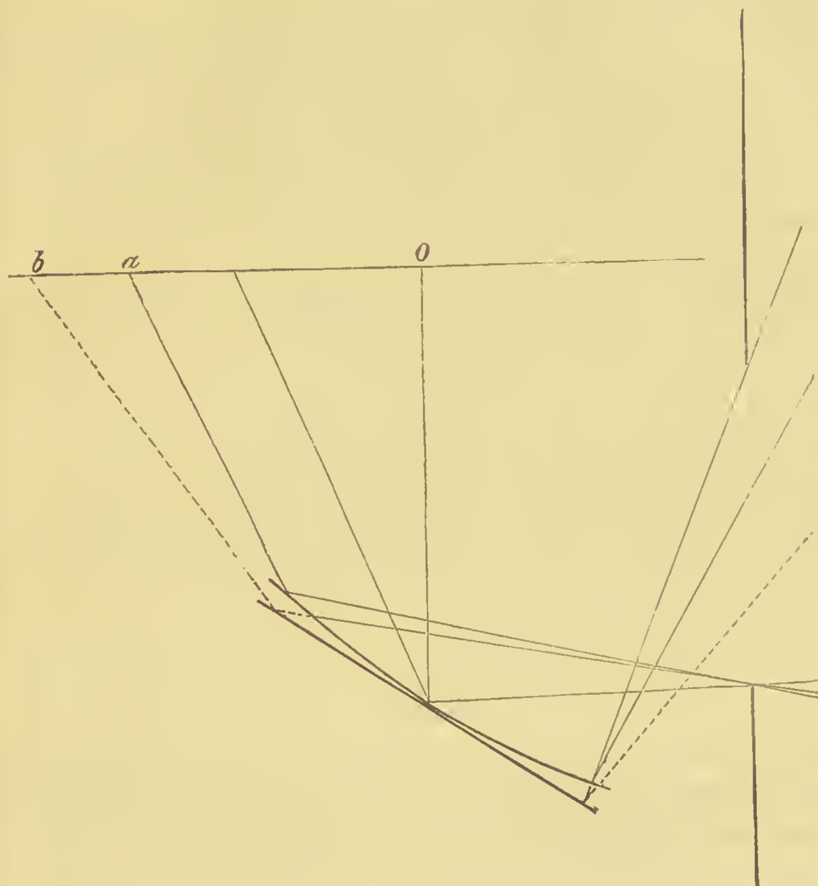


Fig. 19.

lichtbron door den hollen één punt van 't voorwerp een wijder lichtkegel kan ontvangen, doch dat door den platten het licht over een grooter deel der voorwerp-vlakte wordt uitgespreid. Daar nu in 't gebruik het door den hollen spiegel verlichte deel van het voorwerp bijna altijd uitgestrekt genoeg is, levert het veelal groot voordeel op, den hollen in plaats van den platten te bezigen.

§ 54. Door de punten van den spiegel zelf als lichtende punten te beschouwen, ziet men ook gemakkelijk in, van welken invloed de grootte van den spiegel, het hooger of lager

stellen van dezen, of de tusschenplaatsing van een diaphragma op de verlichting kan wezen.

Wanneer niets den toegang der lichtstralen tot het voorwerp verhindert, dan zal een punt van dit laatste meer licht ontvangen, naarmate de spiegel hooger is geplaatst; want hoe dichter deze zich bij 't voorwerp bevindt, des te grooter zal de hoek wezen, waaronder hij van uit 't voorwerp wordt gezien, en des te wijder lichtkegels zullen dus de punten van 't voorwerp treffen.

Wat verder 't gebruik van diaphragma's betreft, is 't duidelijk, dat de lichthoeveelheid, die het voorwerp door den spiegel alléén ontvangt, door tusschenplaatsing van een diaphragma nooit zal kunnen vermeerderen, alleen verminderen, en dit laatste zal nog alleen dàn 't geval zijn, wanneer de hoek, waaronder uit 't voorwerp de diaphragma-opening wordt gezien, kleiner is dan de hoek, waaronder uit ditzelfde punt de spiegel wordt gemeten. Is bijv. het diaphragma bij D I I′ D′ geplaatst (zie fig. 17, pag. 96) dan zal dit, als A en E de grenspunten van den spiegel aangeven, tot de verlichting van O niets toe- of afdoen; laat men het daarentegen zakken tot het zich in D_1 I_1 I'_1 D'_1 bevindt, dan wordt het werkzame spiegeloppervlak tot B D beperkt, en ontvangt dus O kleiner lichtkegels, dan bij hoogen stand van het diaphragma 't geval was.

§ 55. Wanneer een opening der lichtkegels wordt gewenscht, grooter dan de hoek, waaronder uit 't voorwerp de spiegel wordt gezien, dan kan deze door bijzondere verlichtingstoestellen, zoog. **condensors** of **illuminators** worden verkregen.

Hun werking zal 't gemakkelijkst op juiste waarde worden geschat, als we gebruik maken van de volgende wet uit de photometrie: *wanneer een lichtend voorwerp* ('t zij dit zelflichtend is, of dat 't het licht van een lichtbron terugkaatst of doorlaat) *door een optisch stelsel wordt afgebeeld, dan straalt binnen kegels van gelijke opening van gelijke vlakte-elementjes van 't voorwerp en van 't beeld een zelfde lichthoeveelheid uit, als men althans van lichtverlies door terugkaatsing of absorbtie afziet.*

Zij nu O (fig. 20) een zeer klein elementje van 't voorwerp (practisch een punt) en A B de spiegel, dan zal bij voldoende

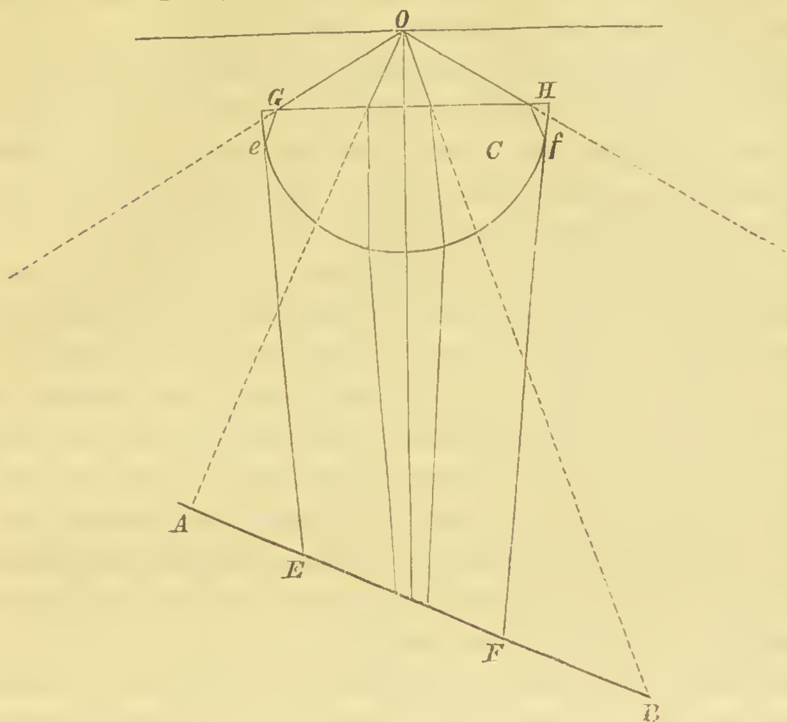


Fig. 20.

uitgestrektheid van de lichtbron, bij verlichting door den spiegel alléén, de opening der op 't voorwerp invallende kegels worden aangegeven door A O B. Onderstellen we vervolgens dat als condensor een lens C wordt gebruikt, en nemen we aan dat deze, zooals in werkelijkheid althans nagenoeg het geval is, zoodanig is geplaatst, dat 't beeld van de lichtbron op de hoogte van 't voorwerp valt; wanneer dan volgens E *e* en F *f* invallende stralen de uiterste zijn, die na breking in den condensor op het elementje O van 't voorstellingsvlak zijn gericht, dan zal de hoek G O H de opening wezen van den lichtkegel, waarmee een overeenkomstig punt O van 't beeld van de lichtbron wordt afgebeeld, en dus tevens de opening aangeven van den kegel, waarmee het punt O van 't voorwerp verlicht wordt.

Men ziet nu vooreerst gemakkelijk in, dat de lichthoeveelheid die het voorwerp, zonder condensor, binnen ∠ A O B ontvangt, gelijk moet wezen aan de lichthoeveelheid, welke een punt

van de lichtbron binnen dienzelfden hoek uitstraalt. Mèt condensors ontvangt het punt O een lichthoeveelheid, die omvat wordt door den veel grooteren kegel G O H; en omdat nu volgens de genoemde wet van beeld en voorwerp binnen gelijke kegels een gelijke lichthoeveelheid van zeer kleine elementjes van gelijke oppervlakte, dus practisch van punten uitstraalt, daarom zal dus zoo'n punt O door den condensor een grootere lichthoeveelheid binnen den kegel G O H ontvangen, dan bij gebruik van den spiegel alléén binnen A O B. Ofschoon dus de condensor wèl bewerkt, dat 't voorwerp door grootere kegels wordt verlicht, blijkt echter tevens, dat hij geenszins 't effect heeft, dat binnen kegels van bepaalde wijdte een grootere lichthoeveelheid aan 't object wordt toegezonden, dan bij gebruik van den spiegel alléén 't geval zou wezen. Wanneer dus om een of andere reden eens geen lichtkegels van grooter tophoek dan $\angle$ A O B tot het netvlies van den waarnemer konden doordringen, dan zou men mèt condensors het beeld volstrekt niet lichtsterker waarnemen dan zonder.

Dat door condensors bij gebruik van een zelfde lichtbron, de punten van 't voorwerp zulke wijde lichtkegels kunnen ontvangen, is, evenals we dit reeds bij den hollen spiegel verklaarden, alleen dáárvan een gevolg, dat de verlichting van de voorwerp-vlakte ook tevens tot een kleiner deel wordt beperkt: wat één deel meer ontvangt, wordt weer aan het overige onttrokken. Terwijl echter bij gebruik van den hollen spiegel het gelijkmatig verlichte deel van het veld zelden of nooit kleiner is dan het deel van de voorwerp-vlakte, dat zonder verschuiving van het object kan worden overzien, komt dit bij illuminators, als zwakke systemen worden gebruikt en de lichtbron niet zeer uitgestrekt is, wèl voor. Men moet in die gevallen het verlichte deel der voorwerp-vlakte vergrooten, door de lichtbron uitgestrekter te maken; op een eenvoudige en toch voldoend licht gevende wijze kan dit worden bereikt door op den spiegel een stuk wit papier te leggen.

§ 56. Het objectief is vooral bij sterkere systemen van zeer samengestelden aard. Het eigenlijke oculair bestaat meestal

slechts uit één lens; wel bevindt zich onder in den tubus, die oculair wordt genoemd, nog een glas, de zoogenaamde collectief-lens, maar deze kan men bij het objectief rekenen, want eerst er boven ontstaat het reëele beeld, dat door de bovenste lens als loupe wordt beschouwd.

Van de samengesteldheid van het objectief zou men voorloopig geheel kunnen afzien; deze dient toch hoofdzakelijk alleen om de verschillende aberraties (wier bespreking wij tot later uitstellen) van zoo min mogelijk invloed op de beeldvorming te doen zijn, en ook om bij een bepaalden brandpuntsafstand den afstand van 't brandpunt tot de voorste lensvlakte zoo groot mogelijk te doen wezen. Alle hoofdzaken van de werking van den microscoop kunnen echter worden begrepen door te onderstellen, dat het objectief en het oculair beide uit één lens bestaan, waarbij men dan eenvoudig aanneemt, dat door de werking van deze twee alléén het beeld zuiver is.

Ten einde bij den microscoop met de ligging der cardinaalpunten bekend te zijn, is het dan ook voldoends deze te berekenen voor een objectief en oculair, die beide slechts één lens bevatten.

Zij het objectief een biconvexe lens, waarvan de stralen der grensvlakken (S_1 en S_2) 10 mM. bedragen, stellen wij haar dikte 3 mM., en den index van haar glassoort 1.55. Voor het oculair zullen wij een lens van dezelfde glassoort nemen, met grensvlakken waarvan de stralen 22 mM. bedragen, en met een dikte van 4 mM. Het objectief komt dan, gelijk we zien zullen, in sterkte eenigermate overeen met. B van ZEISS, en het oculair met het oculair n⁰ 4 van diezelfde firma.

Wij hebben nu:

O b j e c t i e f.

$[S_1]$. $m = 1.55$, $n = 1$, $r = -10$.

$$g_1 = \frac{1.55 \times -10}{-0.55} = 28.18,$$

$$g_2 = \frac{-10}{-0.55} = 18.18.$$

$[S_2]$. $f_1 = 18.18$, $f_2 = 28.18$.

$[S_1, S_2]$. $e = 3$.

$$l_1^h = b_2^h = \frac{18.18 \times 3}{3 - 28.18 - 28.18} = \text{nagenoeg} - 1,$$

$$\Phi = \frac{18.18 \times 28.18}{28.18 + 28.18 - 3} = 9.6.$$

Oculair.

$[S_1]$. $m = 1.55$, $n = 1$, $r = -22$.

$$g_1 = \frac{1.55 \times -22}{-0.55} = 62,$$

$$g_2 = \frac{-22}{-0.55} = 40.$$

$[S_2]$. $f_1 = 40$, $f_2 = 62$.

$[S_1, S_2]$. $e = 4$.

$$l_1^h = b_2^h = \frac{40 \times 3}{3 - 62 - 62} = -1,$$

$$\Phi = \frac{40 \times 62}{62 + 62 - 4} = 20.7.$$

Samenstelling van objectief en oculair.

$e = 175$.

$$l_1^h = \frac{9.6 \times 175}{175 - 9.6 - 20.7} = 11.61,$$

$$b_2^h = \frac{20.7 \times 175}{175 - 9.6 - 20.7} = 25.035,$$

$$\Phi = \frac{9.6 \times 20.7}{9.6 + 20.7 - 175} = -1.373.$$

Zooals men ziet, is de onderlinge afstand der beide hoofdvlakken grooter dan die der brandpunten. Het achterste (aan de oculair-zijde gelegen) hoofdvlak valt tamelijk dicht bij het oculair. Daar dit in den regel zoo is, mogen wij in de meeste gevallen, wanneer het oog boven het oculair wordt gedacht, den afstand van het virtueele beeld tot het tweede hoofdvlak van den microscoop tevens als afstand

van dit virtueele beeld tot het oog (of tot 't eerste hoofdvlak van het oog) beschouwen.

In fig. 21 vindt men voor een volgorde van hoofd- en brand-

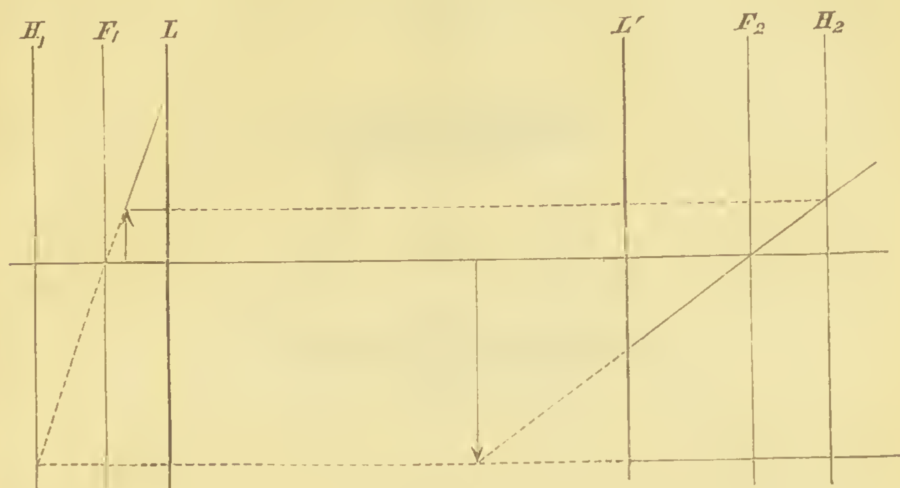


Fig. 21.

vlakken, zooals die bij den microscoop voorkomt, de constructie van het beeld, wanneer dit laatste virtueel voor den waarnemer ligt. L stelt de ondervlakte van het objectief, L′ de bovenvlakte van het oculair voor; H_1 en H_2 geven de ligging der hoofdvlakken van het geheele stelsel, F_1 en F_2 die van zijn brandvlakken aan. —

Totdat het tegendeel wordt gezegd, bedoelen wij met objectieven gewone *droog-systemen*, bij welke dus de voorste zoowel als de achterste vlakte van het systeem vrij aan de lucht grenzende worden gebruikt. Ook stelle men zich in den beginne eenvoudigheidshalve voor, dat het object, hetwelk door den microscoop wordt bezien, eveneens door lucht is omgeven. In werkelijkheid wordt, gelijk men weet, het voorwerp op het *voorwerpglaasje* in den regel in een druppel van eenig vocht (bijv. water of glycerine) gebracht, en dan met een *dekglaasje* overdekt; van welken invloed dit op de beeldvorming kan zijn, zullen we later zien.

§ 57. Van veel belang is het, bekend te zijn met de factoren, die op de wijdte der tot de beeldvorming bijdragende stralenkegels van invloed zijn.

Omdat het tevens gewenscht is, dat men zich ook voor meer

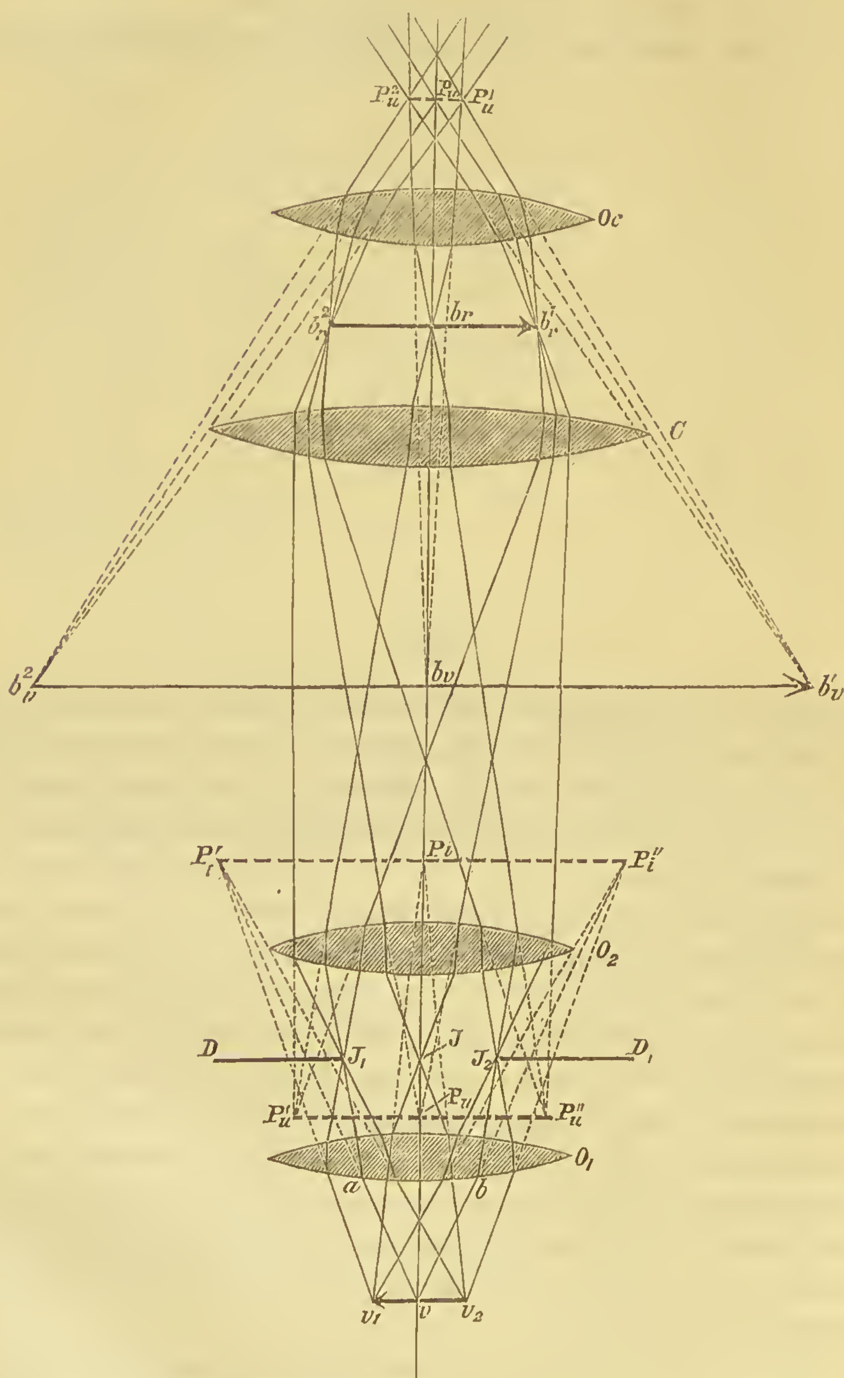


Fig. 22.

samengestelde systemen althans in 't algemeen een denkbeeld van den stralengang kunne vormen, willen wij deze zaak nagaan voor een microscoop-stelsel (fig. 22), waarbij het objectief (behalve de collectief-lens) uit twee lenzen is samengesteld.

Van aberraties en van den invloed van den bouw van 't objectief op haar correctie zien wij hierbij weer geheel af; wij onderstellen eenvoudig, dat elk brekend vlak een beeld levert, gelijkvormig aan het voorwerp.

Stellen wij dat het voorwerp $v_1\, v\, v_2$ op zoodanigen afstand van het optische systeem wordt gebracht, dat binnen het accommodatie-gebied van den waarnemer, bij $b^2_v\, b_v\, b^1_v$ een virtueel beeld ontstaat; zooals men gemakkelijk inziet, zal dat beeld met betrekking tot het voorwerp omgekeerd wezen.

De wijdte der kegels, die, uit het oculair tredende, op punten van het virtueele beeld zijn gericht (dus de wijdte der zoog. *afbeeldende* kegels) is natuurlijk niet willekeurig groot, maar is in de eerste plaats afhankelijk van de wijdte der kegels die in het objectief tot de beeldvorming worden toegelaten, en deze wordt beperkt, hetzij door de grootte van de voorste objectieflens of door de wijdte van haar montuur, hetzij door een ergens op den weg der lichtstralen geplaatst diaphragma, of ook, zooals we later nader zullen zien, door de grootte der lichtbron.

In onze figuur hebben wij ondersteld dat een bij $D\, D_1$ geplaatst diaphragma de wijdte der stralenkegels beperkt; dat diaphragma noemen wij in navolging van ABBE den **iris**, de er in voorkomende opening de *iris-opening* van het systeem. De uiterste stralen van een zoo groot mogelijken, het geheele stelsel doorloopenden bundel, zullen dus de randen van den iris raken. Zoo strijken de stralen $v\,a$ en $v\,b$, de uiterste die tot de beeldvorming van b_v bijdragen, rakelings langs I_1 en I_2.

Ten einde gemakkelijk de richting te vinden van de uiterste stralen, die van eenig punt van 't voorwerp nog worden doorgelaten, is in de figuur het beeld $P_i'\, P_i\, P_i''$ geconstrueerd, dat van een lichtende opening $I_1\, I_2$ door de lens O_1 zou worden gevormd. Dat beeld is virtueel, want $I_1\, I_2$ wordt ondersteld binnen den brandpuntsafstand van O_1 te vallen. Daar dan I_1

en P_i', I_2 en P_i'' geconjugeerde punten zijn, heeft men, wanneer men de uiterste stralen wenscht te bepalen, die van uit eenig punt, bijv. v_2, in het objectief kunnen worden opgenomen, van daaruit slechts lijnen te trekken, die op P_i' en P_i'' zijn gericht, om te weten, dat stralen, welke volgens die richtingen invallen, rakelings langs I_1 en I_2 zullen strijken, en dus de wijdte van den opgenomen kegel in het vlak van teekening zullen begrenzen. In overeenstemming met het gewone spraakgebruik, hetwelk het beeld van de iris-opening dat men bij het zien in een oog waarneemt „*pupil*" noemt, zullen wij in navolging van ABBE de in optische werktuigen door één of meer brekende vlakken van den iris ontworpen beelden eveneens met den naam *pupillen* bestempelen. Daar nu de wijdte, welke de tot de vorming van het definitieve beeld toegelaten lichtbundels bij hun intrede in den microscoop bezitten, door $P_i' \, P_i \, P_i''$ wordt bepaald, noemt men die pupil de **intredingspupil** van den microscoop.

Wanneer men vervolgens de richting wil kennen, welke de van punten van den iris uitgaande stralen na breking op de tweede objectief-lens zullen volgen, dan heeft men slechts het ten opzichte van O_2 aan $I_1 \, I_2$ geconjugeerde beeld $P_u' \, P_u \, P_u''$ te construeeren; alle stralen die elkaar ergens in de iris-opening in één punt snijden, zullen dan na breking in O_2 op een punt van die pupil zijn gericht. Deze pupil bepaalt dus den gang der lichtstralen na breking in het objectief, en vormt van het objectief de *uittredingspupil*. Voor elke nieuwe breking zou men aldus, ten einde den gang der lichtstralen te kennen, de pupil kunnen construeeren. In onze figuur is alleen nog de laatste pupil $P_u^1 \, P_u \, P_u^2$ aangegeven. Deze is het beeld dat door de gezamenlijke op O_1 volgende lenzen van den iris wordt ontworpen. Alle stralen dus die door één punt van de iris-opening gaan, zullen ook in één punt van de **definitieve uittredingspupil** elkaar ontmoeten; zoo gaan de stralen, die langs den rand I_1 van de iris-opening strijken, in de bedoelde pupil door P_u^1; die, welke langs I_2 gaan, door P_u^2. Evengoed evenwel als $P_u^1 \, P_u \, P_u^2$ het door de lenzen O_2, C en O_c van den iris gevormde beeld is, kan men dit als het door C en O_c gevormd

beeld van de uittredingspupil $P_u' P_u P_u''$ van het objectief, of ook als het door het geheele systeem van de intredingspupil $P_i' P_i P_i''$ ontworpene beschouwen. Daar met betrekking tot de kleine waarde van den totalen brandpuntsafstand van den microscoop, de afstand van de intredingspupil tot het 1e hoofdvlak meestal groot is, treedt ook, zooals men uit (31) gemakkelijk afleidt, de uittredingspupil meest dicht bij het achterste brandpunt op. Men kan de definitieve uittredingspupil van den microscoop gemakkelijk te zien krijgen, door op het oculair een stukje dun, doorschijnend papier te leggen, en dit langzaam naar boven te bewegen. Men ziet dan 't heldere kringetje, dat de wijdte der uittredende bundels aangeeft, nauwer en nauwer worden, een minimum bereiken, en dan weer in omvang toenemen; waar het een minimum-afmeting had, was het 't beeld van de irisopening van het systeem, dus de bedoelde pupil. —

Hoe nu van een voorwerp $v_1\, v\, v_2$ het beeld $b_v^1\, b_v\, b_v^2$ wordt gevormd, is verder uit de figuur duidelijk; de uiterste, bijv. van v uitgaande stralen $v\,a$ en $v\,b$ strijken rakelings langs I_1 en I_2, en komen dan bij b_r in het reëele, door objectief en collectief-lens gevormde beeldpunt samen; eveneens vereenigen zich de van v_1 en v_2 uitgaande stralen in b_r^1 en b_r^2. Op welke wijze dat reëele beeld door de eigenlijke oculair-lens wordt waargenomen, is ons, uit 't daaromtrent bij den enkelvoudigen microscoop gezegde, bekend. —

De verschillende tot de beeldvorming bijdragende lichtstralen rangschikken zich dus op tweeërlei belangrijke wijze tot lichtkegels: in de eerste plaats tot kegels, wier toppen in de punten van 't voorwerp en van de verschillende door het optische systeem daarvan ontworpen reëele en virtueele beelden liggen (elk brekend vlak ontwerpt een beeld!), en ook in kegels, waarvan de toppunten met punten van den iris of van zijn virtueele of reëele beelden (pupillen) samenvallen. De hoek, welken twee uit één punt van 't voorwerp, naar twee uiterste punten der intredingspupil getrokken lijnen (bijv. $v\,a$ en $v\,b$) maken, en welke dus de wijdte der opgenomen lichtkegels bepaalt, draagt den naam van **openingshoek.** Deze speelt, gelijk we

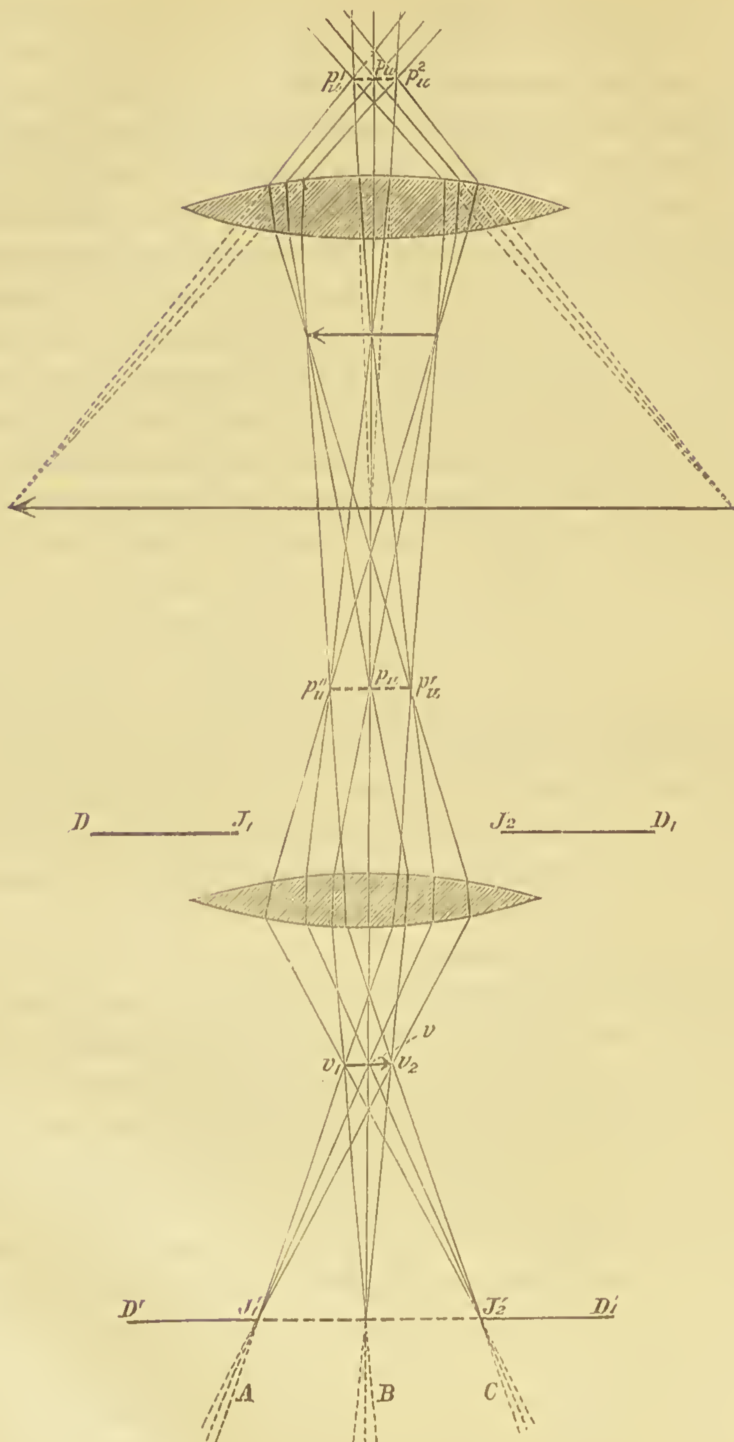


Fig. 23.

nader zien zullen, een zeer belangrijke rol bij de beeldvorming.

§ 58. Wanneer de iris, in plaats van tusschen de lenzen van het objectief te zijn geplaatst, geheel vóór het objectief ligt, dan vallen, gelijk men gemakkelijk bij eenige overweging zal inzien, de iris-opening en de intredingspupil samen.

Een ander bijzonder geval van begrenzing der stralenkegels, dat overigens zeer dikwijls voorkomt, is in fig. 23 geteekend voor een objectief en een oculair, die beide uit één lens bestaan. Terwijl in ons vorig voorbeeld van het voorwerp kegels uitstraalden, die groot genoeg waren om de opening in het diaphragma $D_1 D_2$ geheel op te vullen, is hier de wijdte der het object verlichtende kegels kleiner, dan de wijdte der kegels, die in het objectief kunnen doordringen. Die beperking van de verlichtende kegels zou een gevolg kunnen zijn van een onder het voorwerp geplaatst diaphragma $D\,D'_1$ (bijv. 't diaphragma in de voorwerptafel), of zou ook te weeg kunnen worden gebracht door een te geringe uitgestrektheid van de het object verlichtende lichtbron $I_1' I_2'$ (voor dit geval denke men zich de gestippelde stralenkegels A, B en C weg). In zulke gevallen zegt men, dat de opening, die iris-opening zou zijn, als het voorwerp voldoend wijde lichtkegels uitzond, vervangen is door een andere, zoogenaamd *plaatsvervangende* iris-opening $I_1' I_2'$. Daar die plaatsvervangende iris vóór het objectief ligt, valt dus de intredingspupil er mee samen; $p_u' p_u p_u''$ is de plaatsvervangende uittredingspupil van het objectief, $p_u^1 p_u p_u^2$ die van den geheelen microscoop.

§ 59. Na hetgeen wij boven omtrent de vergrooting bij de loupe hebben gezegd, zal het geen moeielijkheden meer hebben in te zien, wat we hieronder bij den samengestelden microscoop hebben te verstaan. Het is toch duidelijk dat het er niets toe doet, door hoeveel lenzen, en op welke wijze het virtueele beeld $b_v^1 b_v b_v^2$ (fig. 22, pag. 106) is ontstaan; men kan zich evengoed denken dat het door een enkele, als loupe werkende lens is ontworpen, als dat het door vier of meer, tot een microscoop samengestelde lenzen is gevormd. Alles wat we dus boven hieromtrent van den enkelvoudigen microscoop hebben

gezegd, is dus ook voor den samengestelden van toepassing, zoodat men weer onder „de vergrooting” de verhouding van de grootte van het virtueele, op den afstand van duidelijk zien ontworpene beeld, en de grootte van het voorwerp zelf zal hebben te verstaan. Wanneer we dus onderstellen, dat in fig. 22 het virtueele beeld op den bedoelden afstand is gelegen, dan wordt de vergrooting:

$$V = \frac{b_v \, b_v^1}{v \, v_1}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

hiervóór mogen we natuurlijk echter ook schrijven:

$$V = \frac{b_v \, b_v^1}{b_r \, b_r^1} \times \frac{b_r \, b_r^1}{v \, v_1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

waarbij de laatste breuk de verhouding van het reëele beeld tot 't voorwerp, de eerste de verhouding van het virtueele tot het reëele beeld uitdrukt. Voor de **totale vergrooting** (V) mogen we dus ook 't product der **partiëele vergrootingen** (v en v') van 't objectief (+ collectief) en van 't oculair in de plaats stellen.

Wat betreft de practische bepaling der vergrooting, is het duidelijk, dat de boven bij den enkelvoudigen microscoop verklaarde methode door dubbelzien, ook zonder verandering op den samengestelden microscoop toepasselijk is. Hoe verder in de praktijk veelal vergrootingen door middel der camera lucida worden bepaald, zullen we later zien.

§ 60. Van het reëele beeld, dat in het oculair wordt gevormd, is bij microscopen, evenals bij optische werktuigen in 't algemeen, het centrale op de as gelegen deel 't scherpst, en hoe verder de deelen van het beeld van die plaats zijn verwijderd, des te meer onvolkomenheden beginnen er zich in te vertoonen, die eindelijk, ook bij de meest zorgvuldige constructie der optische stelsels, niet meer binnen perken zouden zijn te houden. Ten einde nu het centrale, zuiver afgebeelde deel niet nutteloos te ontsieren door een periphérisch, slecht gevormd gedeelte, wordt de doorgang der stralen van dat laatste verhinderd door een diaphragma, welks opening de stralen van het beste deel van het beeld vrij doorlaat.

Wanneer men het eigenlijke oogglas van een oculair afschroeft, ziet men het bedoelde diaphragma in de oculair-buis liggen; de wijdte der opening is bij verschillende oculairen verschillend. Het ligt ongeveer ter hoogte van het brandpunt van het oogglas, zoodat een emmetroop, bij niet-accommodatie door deze lens ziende, den rand er van scherp zou waarnemen; in 't algemeen zal het virtueele beeld van dien rand de min of meer zuiver waargenomen omlijsting van het definitieve beeld vormen.

Noemen we de lengte van het voorwerp, dat, reëel afgebeeld, den diameter δ der diaphragma-opening in het oculair juist zou overspannen, Δ, en de partiëele vergrooting van objectief (+ collectief) v, dan is (§ 59, pag. 112):

$$\frac{\delta}{\Delta} = v,$$

en dus:

$$\Delta = \frac{\delta}{v}, \qquad (63)$$

waaruit blijkt, dat de laterale uitgestrektheid van het voorwerp, dat met een bepaald oculair kan worden overzien, geringer wordt, naarmate het objectief sterker is. De gezamenlijke punten, wier reëele beelden de diaphragma-opening juist opvullen, vormen de **gezichtsveldsoppervlakte**, ook wel alleen het **gezichtsveld** genoemd. Naarmate dus het objectief sterker is, zal bij gebruik van hetzelfde oculair de werkelijke oppervlakte van het gezichtsveld kleiner zijn. De grootte (oppervlakte) van het definitief door den microscoop gevormde, virtueele beeld, of de grootte van diens netvliesbeeld (dus de schijnbare grootte van het gezichtsveld) zal dezelfde blijven, zoolang de opening in het diaphragma en de eigenlijke oculair-lens niet veranderen.

§ 61. Bij den enkelvoudigen microscoop zagen we reeds, hoe ten gevolge van zelfs betrekkelijk nog zwakke positieve lenzen het accommodatie-gebied wordt ingekort; bij den samengestelden microscoop zal dit natuurlijk nog in veel hoogere mate 't geval zijn. — Op de volgende wijze kan voor elken waarnemer, als zijn accommodatie-breedte en de brandpuntsafstan-

den van den microscoop bekend zijn, de grootte van het accommodatie-gebied, dus de diepte in het voorwerp, die hij door zijn accommodatie kan overzien, worden bepaald.

Noemen we de brandpuntsafstanden van den microscoop Φ_1 en Φ_2; stellen we dat twee op de afstanden λ_r en λ_p van den microscoop in 't voorwerp gelegen lichtpunten op zoodanige afstanden ($-\beta_r$ en $-\beta_p$) van den waarnemer beeldpunten ontwerpen, dat deze juist in diens p. r. en p. p. vallen, dan zal dus $\lambda_r - \lambda_p$ de bedoelde diepte van het accommodatie-gebied zijn.

We weten nu dat:

$$\frac{\Phi_1}{\lambda_r} - \frac{\Phi_2}{\beta_r} = 1,$$

dus dat:

$$\lambda_r = \frac{\Phi_1}{1 + \frac{\Phi_2}{\beta_r}};$$

eveneens zullen we uit de analoge betrekking tusschen λ_p en β_p vinden:

$$\lambda_p = \frac{\Phi_1}{1 + \frac{\Phi_2}{\beta_p}},$$

zoodat dus:

$$\lambda_r - \lambda_p = \Phi_1 \left[\frac{1}{1 + \frac{\Phi_2}{\beta_r}} - \frac{1}{1 + \frac{\Phi_2}{\beta_p}} \right] = \Phi_1 \, \Phi_2 \frac{\frac{1}{\beta_p} - \frac{1}{\beta_r}}{\left(1 + \frac{\Phi_2}{\beta_r}\right)\left(1 + \frac{\Phi_2}{\beta_p}\right)}.$$

Wanneer we nu aannemen, wat volgens § 56 (pag. 104) geoorloofd is, dat het oog (of zijn 1e hoofdvlak) samenvalt met het 2e hoofdvlak van den microscoop, dan mogen we $\frac{1}{A}$ schrijven voor $\frac{1}{\beta_p} - \frac{1}{\beta_r}$, zoodat:

$$\lambda_r - \lambda_p = \Phi_1 \, \Phi_2 \times \frac{1}{A} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{\Phi_2}{\beta_r}\right)\left(1 + \frac{\Phi_2}{\beta_p}\right)}.$$

Nu is (46) $1 + \frac{\beta_r}{\Phi_2}$ de laterale vergrooting V voor op de afstanden λ_r en $-\beta_r$ gelegen geconjugeerde vlakken, zoodat dus $\frac{\Phi_2}{\beta_r} = \frac{1}{V-1}$, en $1 + \frac{\Phi_2}{\beta_r} = \frac{V}{V-1}$; voor de op de afstanden λ_p en $-\beta_p$ gelegen vlakken zullen we dus evenzoo mogen schrijven $1 + \frac{\Phi_2}{\beta_p} = \frac{V'}{V'-1}$. Daar echter alle bij den microscoop voorkomende vergrootingen grootere getallen zijn, mogen die breuken $= 1$ worden gesteld, zoodat er komt:

$$\lambda_r - \lambda_p = \Phi_1 \Phi_2 \times \frac{1}{A},$$

of, daar (28) $\Phi_1 = \Phi_2 \frac{n'}{n''}$, en daar n'' steeds 1 is:

$$\lambda_r - \lambda_p = \Phi^2_2 \times n' \times \frac{1}{A}.$$

Krachtens (46) is de vergrooting $V = 1 - \frac{\beta}{\Phi_2}$, waarvoor we bij den microscoop, wanneer we tevens van 't recht of omgekeerd zijn van 't beeld en dus van 't teeken afzien, zeer bij benadering mogen schrijven $V = \frac{\beta}{\Phi_2}$, zoodat $\Phi_2 = \frac{\beta}{V}$ en we dus ten slotte krijgen:

accommodatie-gebied = diepte die in 't gezichtsveld door acccommodatie kan worden overzien

$$= \Phi^2_2 \times n' \times \frac{1}{A}$$

$$= \left(\frac{\beta}{V}\right)^2 \times n' \times \frac{1}{A} \text{ [1]} \quad \ldots\ldots \quad (64)$$

1) Men merke op, dat de hier afgeleide formule alleen geheel juist is, wanneer het object in een medium van den brekingsindex n' ligt; anders bepaalt (64) wel de diepte van het accommodatie-gebied in het beeld dat van het voorwerp door de brekingen tegen het dekglaasje wordt gevormd, maar niet in het voorwerp zelf. De kleine verandering, die de formule voor dit geval moet ondergaan, zullen we in hoofdstuk VI invoeren, als we over de werking van het dekglaasje nader spreken. — Verder zij men er vooral aan indachtig β en $\frac{1}{A}$ steeds in dezelfde maat uit te drukken, iets waar men zich licht mee vergist.

Neemt men nu bijv. $\frac{1}{A} = 8$, $n' = 1$, $\beta = 0.25$ M., dus voor V „de vergrooting", dan is de

$$\text{diepte van 't gezichtsveld} = \frac{(0.25)^2 \times 8}{V^2} = \frac{0.5}{V^2}.$$

Stelt men nu achtereenvolgens in overeenstemming met practisch veel voorkomende gevallen V = 50, 100, 300, 500, 1000, en eindelijk ook nog = 2000, dan komt er:

Vergrooting van het virtueele beeld op 25 cM. van het oculair.	Diepte van het accommodatie-gebied in mM.	Diepte van het accommodatie-gebied in *mikrons* (duizendsten van 1 mM.).
50	0.2	200
100	0.05	50
300	0.005	5
500	0.002	2
1000	0.0005	0.5
2000	0.000125	0.125

Men ziet dus hoe gering de diepte is, die men bij eenigszins sterkere vergrootingen, zelfs door een groot accommodatie-vermogen als $\frac{1}{8}$, kan overzien.

§ 62. Het accommodatie-vermogen is evenwel niet de eenige factor, die aan het gezichtsveld een zekere diepte geeft. Stellen we bijv. dat het oog voor een op een bepaalden afstand gelegen virtueel beeld is geaccommodeerd, dan zal het niet alleen dit beeld scherp zien, maar ook iets dichterbij en iets verderaf gelegen beelden; deze worden dan wel op het netvlies in verstrooiingskringen afgebeeld, maar zoolang deze slechts klein genoeg zijn, zal de waarneming der daardoor afgebeelde deelen van het voorwerp ongehinderd kunnen geschieden. De diepte in het veld, die hierdoor kan worden overzien, noemt men de **focus-diepte**.

Tusschen den hoek g (in booglengte uitgedrukt), waaronder de verstrooiingskringen, die voor het scherp zien nog niet schadelijk zijn, vanuit het knooppunt van 't oog worden gemeten, tusschen den afstand β waarvoor het oog scherp is ingesteld en de ver-

grooting V die de microscoop voor dien afstand levert, tusschen den openingshoek ω, tusschen de indices n' en m der media die vóór het objectief en om het voorwerp voorhanden zijn [1]), en eindelijk tusschen de focus-diepte d, die bij dit alles wordt verkregen, bestaat de volgende betrekking [2]):

$$d = g \frac{m}{n' \sin \frac{1}{2} \omega} \frac{\beta}{V}, \quad \text{. . . . .} \quad (65)$$

waarbij de diepte d voor een deel boven en voor een deel onder het punt ligt, waarvoor scherp is ingesteld. Wat de waarde van g betreft, kan worden aangenomen, dat deze bij zeer scherp zien 1 minuut, en bij nog vrij duidelijk zien 2—3 minuten bedraagt.

Daar men bij den microscoop kan aannemen dat V evenredig aan β in het quotient $\frac{\beta}{V}$ verandert (vgl. § 44 pag. 77), is dus de grootte der focus-diepte onafhankelijk van het punt, waarvoor scherp is ingesteld. Hieruit, en uit 't feit dat men mag aannemen, dat de beide deelen der focus-diepte, die boven en onder het punt van scherpste instelling zijn gelegen, gelijk zijn, leidt men gemakkelijk af, dat de **totale diepte van het gezichtsveld**, welke door de vereenigde werking van accommodatie-vermogen en focus-diepte kan worden overzien, uit de som der waarden van de diepte van 't accommodatie-gebied en van de focus-diepte is samengesteld. Immers, wanneer het oog is ingesteld voor zijn p. p., ziet het ook nog punten, die in 't voorwerp voor de helft van de focus-diepte dichterbij liggen, en wanneer het is ingesteld voor zijn p. r. ziet het tevens punten, die voor de andere helft der focus-diepte verderaf liggen; de totale diepte van het gezichtsveld bestaat dus uit focus-diepte + accommodatie-gebied.

Ten einde een beeld te verkrijgen van de waarden der focus-

---

1) Als bijv. het object in water onder het dekglaasje ligt, en als het objectief een gewoon droog-systeem is, zoodat zich lucht tusschen het dekglaasje en de voorste lens (de front-lens) bevindt, dan is dus $m = 1.33$ (de index van water), en $n' = 1$ (de index van lucht).

2) Dippel—Abbe, *das Mikroskop*, I, pag. 204.

diepte, hebben wij deze voor $g = 3'$ en $m = n' = 1$ volgens de aangegeven formule berekend voor de objectieven *a a*, A, B, C, D, D D en F van ZEISS, alle bij een tubus-lengte van 155 mM. gebruikt met oculair 4 van dezelfde firma. Ter vergelijking met de diepte van het accommodatie-gebied is ook deze voor $\frac{1}{A} = 5$ voor dezelfde systemen berekend, en tevens nog de totale diepte van het gezichtsveld aangegeven.

Objectief.	Openings-hoek.	Vergrooting bij gebruik met oculair 4 en bij 155 mM. tubus-lengte.	Focus-diepte		Accommodatie-gebied voor $\frac{1}{A} = 5$		Totale diepte van gezichtsveld	
			in mM.	in μ [1]).	in mM.	in μ.	in mM.	in
a a	20	56	0.0224	22.4	0.1	100	0.1224	122.4
A	24	97	0.0108	10.8	0.0332	33.2	0.0440	44.0
B	40	175	0.0036	3.6	0.0102	10.2	0.0138	13.8
C	50	270	0.00191	1.91	0.00429	4.29	0.00620	6.2
D	74	435	0.000833	0.833	0.00165	1.65	0.002483	2.4
D D	110	435	0.000612	0.612	0.00165	1.65	0.002262	2.2
F	116	1010	0.000255	0.255	0.000306	0.306	0.000561	0.5

Uit den gang der waarden in de tabel ziet men in, dat bij zwakkere vergrooting de focus-diepte ten opzichte van het accommodatie-gebied klein is, en ook bij sterkere doet de eerste factor nog voor den laatsten onder, als $\frac{1}{A}$ niet te klein is genomen; voor kleiner $\frac{1}{A}$ spelen bij middelmatige vergrooting beide ongeveer dezelfde rol, en alleen bij zeer sterke systemen, of ook bij minder sterke voor zeer kleine $\frac{1}{A}$, zou het accommodatie-gebied voor de focus-diepte in den achtergrond treden.

§ 63. Ten einde te begrijpen met welke **lichtsterkte** men het gezichtsveld zal zien, hebben we ons slechts de in § 55 (pag. 100) reeds vermelde wet uit de photometrie te herinneren: wanneer een

1) Gebruikelijke afkorting voor *mikron* (1 μ = 0.001 mM.).

lichtend voorwerp ('t zij dit zelflichtend is of dat 't het licht van een lichtbron terugkaatst of doorlaat) door een optisch stelsel wordt afgebeeld, dan straalt binnen kegels van gelijke opening van een vlakte-eenheid van het voorwerp en van het beeld dezelfde lichthoeveelheid uit. Welke dus ook de vergrooting moge zijn, die het voorwerp bij de beeldvorming heeft ondergaan, wanneer men zorgt dat de kegels, die, van het beeld uitstralende, in 't oog worden opgenomen, een zelfde opening hebben als de kegels, die van 't voorwerp in het oog worden toegelaten, wanneer geen optisch stelsel wordt gebezigd, dan zal de lichtsterkte, waarmee het beeld en het voorwerp zelf op het netvlies worden afgeteekend, dezelfde wezen, en zal dus 't voorwerp, met of zonder optisch systeem gezien, zich in dezelfde lichtintensiteit vertoonen.

Passen we nu deze wet op den microscoop toe, en beschouwen we daartoe nog eens het in fig. 22 (pag. 106) ontworpen schema van den stralengang.

Daar, gelijk we boven zagen, alle stralen die tot de beeldvorming bijdragen, door de uittredingspupil $P^1_u\, P_u\, P^2_u$ moeten gaan, kan men deze beschouwen als de opening van een diaphragma, dat, boven den microscoop geplaatst, de wijdte der kegels bepaalt, die tot uittreding uit den microscoop worden toegelaten.

Onderstelt men nu (wat wegens den korten afstand der uittredingspupil van 't oculair steeds is veroorloofd), dat de oogpupil samenvalt met de uittredingspupil van den microscoop, dan kan men door een vergelijking van de grootte dier pupillen onmiddelijk tot de lichtsterkte waarin men het beeld zal zien, besluiten. Is bijv. de wijdte der beide pupillen gelijk, dan ontvangt men van één punt van het beeld een lichtkegel van gelijke opening als van één punt van het voorwerp, wanneer dit op denzelfden afstand van 't oog wordt gebracht; daar nu krachtens vermelde wet binnen gelijke kegels een gelijke lichthoeveelheid tot ons komt, zullen dus beide lichtpunten in gelijke lichtsterkte worden gezien. Was evenwel de uittredingspupil van den microscoop kleiner dan de oogpupil, dan zou men van de beeldpunten niet zooveel licht ontvangen als het

oog kan opnemen, zoodat men 't beeld in geringer lichtsterkte zou waarnemen; was verder de uittredingspupil van den microscoop grooter dan de oogpupil, dan zou wel van een punt van 't beeld meer licht afstralen, dan men van een punt van 't voorwerp, zonder microscoop gezien, zou kunnen opnemen, maar dat meerdere zou toch niet tot de retina kunnen doordringen, daar hiertoe de oogpupil niet groot genoeg is, zoodat in dit geval de lichtsterkten van beeld en voorwerp weer gelijk zouden zijn. — Men ziet dus, dat door alle microscoop-stelsels, welke een uittredingspupil leveren even groot als of grooter dan de oogpupil, het gezichtsveld in dezelfde lichtsterkte zal worden gezien, en wel met een lichtintensiteit gelijk aan die, waarmede het veld door het ongewapende oog alléén zou worden waargenomen.

§ 64. Tot nog toe hebben we steeds ondersteld, dat het objectief een droog-systeem was. Bij sterkere objectieven wordt echter veelal gebruik gemaakt van immersie-systemen, aldus genoemd, omdat bij hun gebruik door een laagje van een bepaald vocht — meest water of olie, al naar dat het systeem voor de eene of de andere vloeistof berekend is — de front-lens met het voorwerp zelf, of althans, zooals meer gewoon is, met het daarop geplaatste dekglaasje in verbinding wordt gebracht. In beide gevallen is de bedoeling den weg tusschen voorwerp en front-lens opgevuld te hebben met een vocht, dat sterker brekend is dan de lucht.

Twee voorname redenen, waarom immersie-stelsels voor sterkere objectieven worden aangewend, zijn: 1° dat ze het zichtbaar maken van fijner détails toelaten, dan droog-systemen van gelijken brandpuntsafstand, 2° dat ze een lichtsterker veld kunnen geven dan droog-systemen van gelijken openingshoek en met gelijk vergrootend vermogen. De behandeling van de eerste reden moeten we tot later uitstellen; hier moge alleen de tweede worden verklaard.

Onderstellen we dat V *g* (fig. 24) een voorwerpglaasje is, waarop zich bij A een voorwerp bevindt, dat door zekere vloeistof is omringd, zij D *g* het dekglaasje, F E de front-lens van

een immersie-systeem, en nemen we aan, dat de ruimte tusschen lens en dekglaasje is opgevuld met een vloeistof, waar-

Fig. 24.

van we vooreerst eenvoudigheidshalve den brekingsindex, zoowel als dien van de het object omringende vloeistof, gelijk willen stellen aan den index van 't glas van dek- en voorwerpglaasje; het effect is dan hetzelfde, alsof de front-lens onmiddelijk gedompeld was in de vloeistof, die het object omgeeft. Onder het voorwerpglaasje bevindt zich lucht, en hierin onderstellen we een lichtbron, die volgens alle richtingen naar het object stralen zendt. We zullen dan de lichthoeveelheid, welke in dit geval vanuit een lichtpunt A door de immersie-lens kan worden opgenomen, vergelijken met de hoeveelheid, welke in een droogsysteem van gelijken openingshoek en gelijken brandpuntsafstand — dus van gelijk vergrootend vermogen — van uit een in lucht gelegen lichtpunt wordt toegelaten. Wanneer dan het éene stelsel meer licht opneemt dan het andere, dan weten we tevens, dat door dat eerste het veld ook lichtsterker zal worden gezien, dan door het laatste, want, zooals door berekening en

gemakkelijker experimenteel blijkt, is bij sterkere systemen de uittredingspupil kleiner dan de oogpupil.

Zij de verhouding der brekingsindiees van lucht en van de immersie-vloeistof zoodanig, dat een liehtkegel A B C na breking op het voorwerpglaasje zijn toppunt heeft in L. Wanneer nu ∠ A L C = ∠ F A E = den openingshoek van het immersie-systeem, dan ziet men in, dat een hoeveelheid licht, die bij verloop in de lueht in den kegel D A B (∠ D A B = ∠ A B C) bevat is, na breking op het voorwerpglaasje in de immersie-vloeistof sleehts een kegel F A E zal vullen. Wanneer men dus mag afzien van liehtverlies bij de breking zelf, dan zal in het voeht van sterkeren brekingsindex een zelfde liehthoeveelheid in een kleineren kegel besloten zijn, dan in de lucht. Gebruikt men nu in plaats van dat immersie-stelsel een droog-systeem, dan zou dit een openingshoek = H A G, dus een grooteren openingshoek moeten hebben, om van een liehtpunt een zelfde lichthoeveelheid op te nemen.

De openingshoek op zich zelf geeft dus, zooals men reeds uit dit voorbeeld ziet, nog geen juiste maat voor de zoog. **opening** van een systeem, dat is van zijn vermogen om liehtsralen van het voorwerp tot de beeldvorming toe te laten. Toeh hangt de opening van den openingshoek af; op welke wijze, en van welken factor nog meer leeren we uit de beide volgende photometrisehe wetten [1]):

1. De hoeveelheid lieht, die van een lichtend voorwerp uitstraalt, is niet evenredig aan den tophoek der liehtkegels zelf, maar aan 't quadraat van de sinussen der halve tophoeken.

2. Wanneer liehtkegels versehillende media doorloopen, dan verhoudt zieh de lichthoeveelheid, welke in die middenstoffen in gelijke kegels is bevat, als het quadraat van de indices der betrokken media.

Met behulp van deze beide wetten kan nu een uitdrukking

---

1) Vgl. E. Abbe, *On the estimation of aperture in the microscope.* Journal of the Royal microscopical society, 1881, pag. 388 en vv.

voor de opening van een systeem worden opgesteld, namelijk: het product van den sinus van den halven openingshoek ($sin \frac{1}{2} \omega$) en van den brekingsindex (n) der middenstof, die de lichtstralen vóór hun intrede in den microscoop doorloopen. Deze uitdrukking vormt een maat voor de lichthoeveelheid die een objectief kan opnemen, dus voor zijn opening, want krachtens de vermelde wetten is die lichthoeveelheid evenredig aan 't quadraat van $n \, sin \frac{1}{2} \omega$. Men noemt $n \, sin \frac{1}{2} \omega$ de **numerische apertuur** [1]).

Onderstellen we nu eens, dat bij een immersie-systeem van 114° openingshoek de index van het immersie-vocht (zooals dit bij de zoog. olie- of homogene immersies werkelijk 't geval is) en ook die van de het object omringende vloeistof ongeveer 1.5 bedraagt, dan is de numerische apertuur $1.5 \times sin\ 57 = 1.25$. Welke openingshoek zou nu een droge lens van dezelfde numerische apertuur moeten hebben? Stellen we dien hoek $= x$, dan is $sin\, x = 1.25$, en daar de grootste waarde, die de sinus hebben kan, 1 is, bestaat die x niet.

Men ziet dus, dat in een olie-immersie van 114° openingshoek een lichthoeveelheid kan worden opgenomen, die grooter is, dan dit het geval kan zijn bij een droog-systeem, wiens openingshoek de grens van het mogelijke heeft bereikt. —

Dat wij de verklaring van het begrip numerische apertuur aan een beschouwing van den invloed der apertuur op de lichtsterkte van het beeld hebben verbonden, is alleen daarvan een gevolg, dat onzes inziens, op deze wijze het gemakkelijkst een inzicht in de beteekenis van den bedoelden term wordt verkregen. Nadrukkelijk moeten wij er echter op wijzen, dat het groote voordeel van hooge numerische apertu-

1) Hieruit is 't duidelijk, dat in § 63 pag. 118 de wet, waaruit we de lichtsterkte van het gezichtsveld afleidden, eigenlijk aldus had moeten worden uitgedrukt: wanneer een lichtend voorwerp door een optisch stelsel wordt afgebeeld, dan straalt binnen kegels van gelijke numerische apertuur van voorwerp en beeld een zelfde lichthoeveelheid uit. Daar onze beschouwingen in genoemde paragraaf op droogsystemen betrekking hadden en we ons, waar niet het tegendeel gezegd is, het voorwerp steeds in lucht waargenomen denken, konden we daar in plaats van de apertuur der kegels, de kegels zelf vergelijken, en behoefden we het begrip *numerische apertuur* nog niet.

ren, dus van immersie-stelsels, niet in de eerste plaats in de grootere lichtsterkte bestaat, die daardoor aan het virtueele beeld kan worden gegeven; deze zou des noods ook bij kleinere aperturen, door grooter intensiteit van de lichtbron te bereiken zijn. *De hoofdwaarde van groote aperturen is daarin gelegen, dat de fijnheid der détails, die door een objectief nog kan worden afgebeeld, dus zijn zoog.* **oplossend vermogen**, *met zijn numerische apertuur hand aan hand gaat, zoodat een objectief van grootere apertuur veel fijner teekeningen zal zichtbaar maken, dan een objectief van kleinere opening.* De afbeelding van fijne structuren is namelijk gebonden aan de opname in het objectief van althans een deel der door die structuren afgebogen lichtstralen. Hoe fijner nu de détails zijn, des te meer hellen de afgebogen stralen, terwijl verder gelijkwaardige afgebogen lichtbundels (bijv. die van het eerste maximum) des te minder hellen, naarmate het vocht, waarin het voorwerp ligt, een sterkere brekingsindex heeft. Hoe grooter dus de apertuur van een objectief is, des te sterker hellende en een des te grooter aantal afgebogen bundels zal het kunnen opnemen, en des te fijner détails zal het ook kunnen zichtbaar maken. Een nadere verklaring van deze zaak moeten we evenwel tot later uitstellen.

Boven (pag. 120 en vv.) hebben we, bij de vergelijking van het licht-opnemendvermogen van een immersie-stelsel en van een droog-systeem, ter wille der eenvoudigheid ondersteld, dat de indices der media tusschen het object en het objectief gelijk waren: voor het droog-systeem onderstelden we dat het object in lucht lag, bij het immersie-stelsel namen we aan, dat het vocht, dat het voorwerp omgaf, een zelfden brekingsindex had als de immersie-vloeistof en als het dekglaasje. De lezer zal nu verder zonder moeite kunnen nagaan, of, als men van lichtverlies door breking en absorbtie weer mag afzien, de lichtsterkte van het beeld nog zal kunnen veranderen, 1° wanneer bij het immersie-systeem wel de ruimte tusschen dekglas en frontlens met de immersie-vloeistof is aangevuld, doch als het object zelf droog ligt, of door een vloeistof van anderen brekings-

index dan dien der immersie-vloeistof wordt omringd, 2° als bij het droog-systeem wel weer tusschen dekglas en objectief zich lucht bevindt, doch het object zelf door water of een ander vocht is omgeven. Hierbij mag, zooals men gemakkelijk afleidt, de werking van het dekglaasje, daar het dun is en door evenwijdige vlakken wordt begrensd, worden verwaarloosd.

RESUMTIE VAN HOOFDSTUK IV.

Wanneer men bij sterke vergrooting groote zuiverheid der beelden en goede lichtsterkte verlangt, dan moet de *samengestelde microscoop* worden aangewend.

Deze bestaat uit een *statief*, waaraan als hoofddeelen *voorwerptafel*, *spiegel* en *tubus* kunnen worden onderscheiden; aan dezen laatsten worden de beide leden van het optische stelsel, het *objectief* en het *oculair* bevestigd. Door middel van de *micrometerschroef* wordt de fijne beweging van het optische stelsel geregeld, de grove geschiedt door vrije schuiving uit de hand, of door een tandrad. —

Met den microscoop worden de voorwerpen bijna altijd bij doorvallend licht gezien; als ze uit zich zelf niet reeds dun genoeg zijn, worden er daartoe *doorsneden* (*coupes*) van vervaardigd.

Wanneer de lichtbron uitgestrekt genoeg is, ontvangt elk punt van den spiegel (hetzij die hol of plat is) uit alle richtingen lichtstralen, en kaatst dus ook naar alle richtingen licht terug, zoodat de punten van den spiegel als zelflichtende punten mogen worden beschouwd. In dat geval ontvangen de punten van 't voorwerp van alle punten van den spiegel afzonderlijke lichtstralen, dus in 't geheel lichtkegels, waarvan de wijdte door de grootte en door den afstand van den spiegel wordt bepaald. Daar de doorzichtige deelen van 't voorwerp de ontvangen lichtkegels doorlaten, geeft dus voor deze de doorvallende verlichting een zelfde uitwerking, alsof ze zelflichtend waren.

Bij beperkte lichtbron is 't mogelijk, dat van den platten spiegel voor de verlichting van één punt van 't voorwerp slechts een gedeelte werkzaam is; de holle spiegel is dan voordeeliger, doordien deze over een grootere uitgestrektheid van zijn oppervlak het van de lichtbron ontvangen licht naar een bepaald punt van het voorwerp toezendt, en dus wijder lichtkegels aan het object levert. Wanneer nog wijder kegels gewenscht worden, dan aangegeven wordt door den hoek, waaronder uit 't voorwerp de spiegel wordt gezien, dan kunnen deze door zoog. *condensors* of *illuminators* worden verkregen. Dat één punt van 't voorwerp, bij gebruik van een zelfde lichtbron, door middel van hollen spiegel of van condensor wijder lichtkegels kan ontvangen dan door middel van den platten spiegel, staat daarmee in verband, dat de holle spiegel of de condensor tevens slechts een geringere uitgestrektheid van 't voorwerp verlicht. —

Het objectief is meest van samengestelden aard; het eigenlijke oculair bestaat uit één lens, want de verder nog in den „oculair" genoemden tubus geplaatste *collectief-lens* kan tot het objectief worden gerekend. Ten einde een voorstelling te verkrijgen van de werking van den microscoop, is het in den regel voldoende ook het objectief als slechts uit één lens bestaande te beschouwen.

De microscoop is een dispansief systeem: de onderlinge afstand der hoofdvlakken is grooter dan die der hoofdbrandpunten; het achterste hoofdbrandpunt valt vrij dicht bij de bovenvlakte van het oculair.

Bij het waarnemen van een voorwerp wordt hiervan door het objectief vóór de oculair-lens een reëel beeld ontworpen, en dit door de oculair-lens als door een loupe bezien.

De wijdte der stralenkegels, die tot de vorming van het definitieve, virtueele beeld bijdragen, wordt beperkt, òf door de grootte van eenige lens in het optische stelsel, òf door een diaphragma-opening, òf ook door de uitgestrektheid der lichtbron.

Dàt oppervlak, hetwelk de wijdte der stralenkegels bepaalt — hetzij dit nu de oppervlakte van de lichtbron, of de opening van

een diaphragma, of de vrije oppervlakte van een lens is —, noemt men den *iris*. Beelden van den iris, door één of meer brekende vlakken van den microscoop ontworpen, heeten *pupillen*.

Het door den ganschen microscoop van den iris gevormde beeld noemt men de *uittredings-pupil*. Alle lichtstralen, die tot de beeldvorming bijdragen, gaan hierdoor heen, zoodat deze als 't ware de rol van de opening in een diaphrapgma vervult, dat de wijdte der kegels bepaalt, die tot uittreding worden toegelaten. Die pupil ligt even boven 't oculair, en valt nagenoeg met het tweede brandvlak samen.

Den hoek, welken twee uiterste uit een punt van 't voorwerp afkomstige lichtstralen maken, die nog tot beeldvorming worden toegelaten, noemt men den *openingshoek*. —

De vergrooting kan bij den samengestelden microscoop als het product van twee partiëele vergrootingen worden beschouwd, één welke een gevolg is van de werking van objectief (+ collectief), en één welke door het eigenlijke oculair wordt teweeggebracht. Overigens is het hieromtrent bij den enkelvoudigen microscoop gezegde geheel op den samengestelden microscoop van toepassing.

In de oculair-buis bevindt zich een diaphragma, dat de grootte van het deel van het reëele beeld, welks stralen worden doorgelaten, bepaalt; het onzuiver afgebeelde, peripherische deel van het beeld wordt door den diaphragma-rand van de waarneming afgesneden.

De gezamenlijke punten, wier reëele beelden de diaphragma-opening vullen, vormen het *gezichtsveld*. De ware grootte (oppervlakte) van het gezichtsveld is kleiner, naarmate het objectief sterker is; de schijnbare grootte er van verandert niet, zoolang de diaphragma-opening en de oculair-lens dezelfde blijven. —

Ten gevolge van de sterkere werking van den samengestelden microscoop wordt bij zijn gebruik de diepte in het accommodatie-gebied meest geringer dan bij den enkelvoudigen microscoop. Wanneer we φ_2 den 2^{en} hoofdbrandpuntsafstand, V de vergrooting op den afstand β van 't oculair, en n' den brekingsindex van het medium vóór de front-lens noemen, dan is:

Accommodatie-gebied = diepte die in 't gezichtsveld door de accommodatie kan worden overzien $= \phi^2_2 \times n' \times \frac{1}{A} = \left(\frac{\beta}{V}\right)^2 \times n' \times \frac{1}{A}$.

De *totale diepte van het gezichtsveld* wordt, behalve uit de accommodatie-diepte, nog uit de zoog. *focus-diepte* opgebouwd. Deze term wordt gebezigd voor de diepte, die het veld verkrijgt, doordien het niet noodzakelijk is dat de netvliesbeelden geheel scherp zijn; hierdoor ziet men bij bepaalden accommodatie-toestand niet alleen goed dàt vlak, waarvoor scherp is ingesteld, maar ook iets hooger en lager gelegen vlakken.

Bij zwakkere vergrooting treedt de focus-diepte ten opzichte van het accommodatie-gebied in den achtergrond; bij sterkere vergrooting en bij kleiner $\frac{1}{A}$ zal het omgekeerde plaats hebben. In ieder geval bedraagt de totale diepte van het veld bij een vergrooting van eenige honderde malen slechts weinige μ's (= *mikrons*: duizendsten van een mM.).

De lichtsterkte, waarin het beeld wordt waargenomen, wordt, afgezien van lichtverlies door reflexie en absorbtie, bepaald door de wijdte der uittredingspupil. Is deze wijder of even wijd als de oogpupil, dan is de lichtsterkte van het door den microscoop ontworpen beeld niet anders, als die, waarin de voorwerpvlakte door het ongewapende oog wordt waargenomen; is de grootte der uittredingspupil geringer, dan is ook de lichtsterkte van het veld minder. —

Bij de gewone objectieven, de zoog. *droog-systemen*, bevindt zich vóór de *front-lens* lucht; bij *immersie-stelsels* is het voorwerp, of althans het er op geplaatste dekglaasje, door een vloeistoflaagje (meest water of olie) met de front-lens verbonden.

Een juiste maat van het lichtopnemend vermogen der objectieven, dus van hun zoog. *opening*, wordt gegeven door de *numerische apertuur*, dat is het product van den brekingsindex der middenstof die de lichtstralen doorloopen, alvorens in 't objectief te treden, en van den sinus van den halven openingshoek. Uit dien term blijkt tevens, dat bij een immersie-stelsel

binnen een bepaalden openingshoek meer licht in het objectief wordt gebracht, dan bij een droog-systeem.

Afgezien van andere redenen, die hun constructie rechtvaardigen, ligt de hoofdwaarde der immersie-stelsels in het feit, dat ze het vermogen bezitten fijner détails in het voorwerp zichtbaar te maken, en dat dus een grooter *oplossend vermogen* hebben, dan ooit door droog-systemen, bij nog zoo sterke vergrooting, het geval kan zijn; dat vermogen der systemen neemt namelijk toe en af met hun numerische apertuur, en slechts bij immersie-systemen kan natuurlijk een numerische apertuur = 1 worden bereikt en overschreden.

Dr. L. DIPPEL, *Das Mikroskop und seine Anwendung.* Zweite umgearbeitete Auflage, Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1883.

E ABBE, *Beschreibung eines neuen stereoskopischen Ocülars nebst allgemeinen Bemerkungen über die Bedingungen mikro-stereoskopischer Beobachtung.* Zeitschrift für Mikroskopie, Berlin, Denicke's Verlag, Jahrgang II, pag. 227.

E. ABBE, *Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung.* Max Schultze's Archiv für Mikroskopische Anatomie, Bd. IX, Bonn, Max Cohen und Sohn, 1873, pag. 413 en vv.

R. CLAUSIUS, *Die mechanische Wärmetheorie.* Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1876. Bd. I, Abschnitt XII (pag. 314—345): Die Concentration von Wärme- und Lichtstrahlen und die Grenzen ihrer Wirkung. Behelst het strenge bewijs van de op pag. 100 uitgedrukte photometrische wet.

P. HARTING, *Het Mikroskoop, deszelfs gebruik, geschiedenis en tegenwoordige toestand.* Utrecht, van Paddenburg & Comp., en: P. HARTING, *De nieuwste verbeteringen van het mikroskoop en zyn gebruik, sedert* 1850. Tiel, Campagne, 1858. Beide werken zijn vooral voor de geschiedenis van den microscoop aan te bevelen.

HOOFDSTUK V.

Het zien door den microscoop.

INLEIDING — HET ONTBREKEN DER HULP VAN ANDERE ZINTUIGEN —. ALGEMEENE EIGENAARDIGHEDEN VAN HET MICROSCOPISCHE ZIEN: GERINGE DIEPTE VAN HET VELD — OPTISCHE DOORSNEDE —; AARD DER VERLICHTING; MONOCULAIR-ZIEN — HET STEREOSCOPISCH ZIEN DOOR DEN MICROSCOOP —. INVLOED DER DEKGLAASJES, CORRECTIE DER OBJECTIEVEN. BEELDEN VAN EENVOUDIGE LICHAMEN: STAANDE CYLINDER; LIGGENDE CYLINDER; BOL — BEPALING VAN DEN BREKINGSINDEX VAN DEN BOL OF VAN HET OMHULLENDE MEDIUM —; HOLLE BOL EN HOLLE CYLINDER. BEELDEN VAN LAMELLEN MET UITHOLLINGEN OF VERHEVENHEDEN, EN VAN GEGOLFDE MEMBRANEN. INTERFERENTIE-VERSCHIJNSELEN.

§ 65. Boven (§ 32, pag. 44) zagen we, in hoe sterke mate bij het gewone zien de ondervinding van invloed is op een juiste opvatting van het waargenomene, een ondervinding, die op allerlei wijzen, veelal door de samenwerking van meerdere zintuigen, en bijna altijd althans met behulp van den tast, wordt verkregen.

Een eerste belangrijke omstandigheid, waarin het waarnemen door den microscoop van het gewone zien verschilt, is dan ook het ontbreken van de hulp van andere zintuigen; door den aard der netvliesbeelden, en door deze alléén, moeten we ons een voorstelling van de microscopische wereld maken.

Deze zaak vooral geeft aan het microscopiseeren eigenaardige moeielijkheden. Wanneer geen behoorlijke theoretische grondslag of geen voldoende hulp voorhanden is, die in den beginne omtrent den aard van het waargenomene inlichtingen, en daardoor als 't ware „voorbeeld-beelden" verschaft, waarnaar het later geobserveerde beoordeeld kan worden, dan zal zelfs gedurende langeren tijd een zelfstandig, vruchtbaar en in zijn resultaten te vertrouwen werken hierdoor onmogelijk worden gemaakt.

In de meeste gevallen kan nu wel is waar toch een voldoende graad van oefening in de microseopie verkregen worden door routine alléén, door eerst te profiteeren van de ondervinding van anderen, en door de daardoor verkregen kennis zelf verder te ontwikkelen; de beste weg is dat echter niet. Men behoort niet alleen de beelden te k e n n e n, men behoort ze ook zooveel mogelijk te b e g r ij p e n, want alleen op deze voorwaarde zal men kans hebben bij 't ontmoeten van voorwerpen van geheel anderen aard, ook van deze de beelden juist op te vatten. —

Voor het verkrijgen van een algemeen begrip van het microscopische zien, zullen we 1^{0} trachten ons de zaken, waardoor die wijze van waarneming zich van het gewone zien onderscheidt, helder voor den geest te stellen, en dan 2^{0}, deze in aanmerking nemende, nagaan, welke in verschillende omstandigheden de beelden zullen zijn, die eenige lichamen van eenvoudigen vorm, onder den microscoop gezien, zullen leveren. Wanneer men dan deze gevallen eenige malen aan de werkelijkheid heeft getoetst, zal men zonder bezwaar ook samengesteldere, althans in hoofdzaken, juist kunnen beoordeelen.

§ 66. Door drie zaken vooral onderseheidt zich het microscopische zien van het gewone: door de geringe diepte, die in het veld bij één instelling kan worden overzien, door den aard der verlichting, en door het feit dat men monoculair ziet. —

Uit § 62 pag. 118 weten we, hoe uiterst gering de diepte van het veld bij eenigermate sterkere systemen wordt. Oogenschijnlijk is dit een groot nadeel van het microscopisehe zien, in werkelijkheid echter is het een groot voordeel. Juist doordien de diepte van wat bij één instelling kan worden overzien zoo

gering is, kunnen achtereenvolgens door veranderde instelling verschillende opeenvolgende lagen worden onderzocht. In den aanvang kost het moeite uit die zeer dunne, langs optischen weg uit het praeparaat geïsoleerd waargenomen lagen — die daarom **optische doorsneden** worden genoemd — in zijn voorstelling het voorhanden object weer op te bouwen; doch wanneer door gewoonte de hierin vereischte vlugheid eenmaal is verkregen, dan wordt op die wijze met meer zekerheid den vorm der voorwerpen geconstrueerd, dan het geval zou zijn, wanneer men deze bij één instelling over groote diepte kon doorzien. Immers, gelijk we boven (pag. 47) zagen, is vooral bij het gewone monoculaire zien de beoordeeling van den betrekkelijken afstand der voorwerpen zeer gebrekkig, en worden hierbij gemakkelijk fouten gemaakt. Bij het microscopische zien kan men zich echter in de betrekkelijke ligging van twee optische doorsneden niet vergissen, want deze wordt onmiddelijk aangegeven door den zin, waarin men de micrometerschroef moet bewegen, om van scherpe instelling op de eene, op de andere over te gaan.

§ 67. De verlichting geschiedt, gelijk we weten, bijna steeds met doorvallend licht. Dit vormt een groot verschil met het gewone zien, waarbij men de voorwerpen bijna altijd bij opvallend licht beziet. Eigenlijk staan zelfs de beide gevallen lijnrecht tegenover elkaar. In het dagelijksche leven beoordeelt men de voorwerpen en hun deelen naar den aard en naar de mate van het licht, dat ze terugkaatsen, bij het microscopische zien naar de mate en naar den aard van het licht dat ze doorlaten. Indien men bij het gewone zien een voorwerp goed wil opnemen, gaat men bij voorkeur met zijn rug naar de lichtbron staan, en houdt het voorwerp eenigszins tegen een donkeren achtergrond, om er ongestoord een lichtend (ook wel *positief* genoemd) beeld op donkeren grond van te verkrijgen. Bij het microscopische zien daarentegen vertoont zich de omgeving der voorwerpen meestal in een grootere lichtsterkte, en beoordeelt men de voorwerpen meer naar de mate, waarin door zijn verschillende deelen het licht is teruggehouden.

Wanneer men begint te microscopiseeren, gevoelt men zich wel op vreemd terrein, doch het valt volstrekt niet op, dat

juist de aard der verlichting zoo geheel anders is, dan men die in het dagelijksche leven gewoon is. Ten deele is dit daarvan een gevolg, dat de voorwerpen, die men ziet, geheel andere zijn, zoodat men het vreemde, dat men waarneemt, meer aan den aard der dingen zelf, dan aan de wijze van verlichting toeschrijft. Grootendeels echter merkt men het verschil niet op, doordien toch altijd de microscopische beelden veel overeenstemming met de beelden van het dagelijksche leven vertoonen; voor den aard van het beeld zal het er toch weinig toe doen, of een punt lichtend is, doordien het een er op ingevallen lichtkegel doorlaat, of doordien het dien reflecteert; en daar de deelen der microscopische voorwerpen in verschillende mate licht doorlaten, krijgt men toch eveneens een beeld dat uit meer en uit minder verlichte punten bestaat. Indien dus al de microscopische beelden tot op zekere hoogte schaduwbeelden zijn, dan zijn het toch zeer gedifferenticerde schaduwbeelden, zoodat het verschil in algemeen uiterlijk van gewone en microscopische beelden zich hoofdzakelijk tot den aard der omgeving reduceert, die bij microscopische beelden steeds helder en daardoor in 't oogvallend is, doch die bij het gewone zien meestal meer op den achtergrond treedt. —

Niettegendaande die overeenstemming moet men toch het principieele verschil tusschen de beide wijzen van verlichting en tusschen de omstandigheden, waarin ze gebezigd worden, niet uit het oog verliezen. Bij opvallende verlichting is namelijk bij dikkere voorwerpen de mate van dikte van weinig beteekenis voor den aard van het beeld, want dit wordt uitsluitend door een buitenste laag in het object, die steeds veel dunner is dan dat voorwerp zelf, bepaald; bij het beschouwen van dunnere voorwerpen door den microscoop bij doorvallend licht kan echter de dikte van het voorwerp van zeer veel invloed op het beeld wezen. Denkt men zich bijv. een object, op welks bovenste laag men heeft ingesteld, dan ziet men in, dat het beeld der optische doorsnede afhankelijk moet wezen van de dikte der laag die er onder ligt; een punt bijv., dat bij geringe dikte van het voorwerp nog licht doorlaat, zal bij grootere dikte van dit laatste duister wezen, als al het invallende licht, alvo-

rens het te bereiken, reeds is geabsorbeerd; buitendien kan niet alleen de intensiteit van 't beeld, ook zijn aard, de wijze van lichtverdeeling, met de dikte van het voorwerp, zooals men later beter zal inzien, zeer verschillen. —

Door het hier behandelde begrijpt men nu tevens, dat men zich geen overdreven voorstellingen moet maken van de diepte, waarvoor door veranderde instelling een voorwerp kan worden overzien.

Wanneer op verschillende hoogte, naast elkander, voorwerpen zijn gelegen, die niet veel dikker zijn dan een optische doorsnede, dan zal de waarneming van elk dier objecten, door veranderde instelling ongehinderd kunnen geschieden. Maar wanneer men van een zelfde voorwerp, door verschillende instelling, verschillende lagen wil onderzoeken, dan moet natuurlijk het object zoo dun wezen, dat 1° tot elke optische doorsnede het licht ongehinderd kunne doordringen, en dat 2° de boven de bedoelde optische doorsnede gelegen lagen van 't voorwerp niet in die mate wijzigend op den gang, en absorbeerend op de hoeveelheid licht, welke van die optische doorsnede afstraalt, inwerken, dat van deze geen voldoend beeld meer wordt gevormd. Wanneer dus de voorwerpen uit zich zelf niet dun genoeg zijn, dan moeten er voor het microscopisch onderzoek dunne *doorsneden* (*coupes*) van worden vervaardigd.

§ 68. De beteekenis van 't feit dat men door den microscoop monoculair ziet, heeft in de eerste plaats op 't al of niet stereoscopisch gezien worden der beelden betrekking.

Gelijk ieder weet, bestaat de krachtigste impuls tot het stereoscopisch opvatten der netvliesbeelden in het algemeen in het verschillend zijn dier beelden in de beide oogen (zie pag. 48). Hoe dit door het verschil in standplaats der beide oogen 't geval kan zijn, behoeft hier wel niet nader te worden toegelicht. Daar echter een vlakke figuur, die midden voor de twee oogen wordt gehouden, op beider netvlies een gelijk beeld zal ontwerpen, is de mogelijkheid van het gelijktijdig ontvangen van verschillende beelden bij het beschouwen van een voorwerp gebonden aan de voorwaarde, dat men dit althans over eenige diepte zal kunnen overzien. Wanneer dus, zooals men weet dat

het geval is, bij den microscoop de diepte van het gezichtsveld met het sterker worden der systemen steeds geringer en eindelijk practisch 0 wordt, dan ziet men in, dat bij het gebruik van sterkere systemen de mate waarin men stereoscopisch kan zien — wanneer dit bij gebruik van den microscoop overigens al mogelijk is [1]) — steeds zal afnemen; eindelijk, wanneer in de ware diepte van het gezichtsveld slechts een voorwerp of een deel er van kan plaats vinden, dat geen waarneembare dikte meer heeft, dan is een stereoscopische voorstelling, die met de werkelijkheid in overeenstemming is, van zelf buitengesloten.

Bij het gewone werken met den microscoop ontvangt slechts één oog een beeld. Afgezien van de vraag, of, met 't oog op de diepte van het gezichtsveld, het stereoscopische zien dan zelfs nog wel mogelijk zou zijn, is dus de eigenlijke aanleiding tot het zeer levendig stereoscopisch opvatten der voorwerpen afwezig. Dat daardoor een lichamelijke voorstelling van het waargenome geheel moet ontbreken, is hiermede nog niet gezegd, want de ondervinding speelt ook hier een rol.

Wanneer men bij het gewone zien één oog sluit, dan is, evenals bij het microscopische zien, nog slechts één netvliesbeeld voorhanden. Ofschoon men nu bij eenige oplettendheid wel bemerkt, dat van de levendigheid, en vooral van de noodzakelijkheid der lichamelijke voorstelling veel is verloren gegaan, zoo verandert hierdoor onze omgeving toch nog volstrekt niet in eens als 't ware in een vlakke figuur. Wij kennen haar veel te goed, om niet reeds in onze ondervinding alléén reeds prikkel genoeg te hebben tot het lichamelijk opvatten der netvliesbeelden.

Eenigermate gaat het aldus ook bij den microscoop. Wanneer we een bepaalde soort voorwerpen reeds lang hebben onderzocht, en dus omtrent de daar heerschende verhoudingen

1) Zoolang het veld nog merkbare diepte heeft is dit werkelijk het geval. Door bijzondere binoculaire inrichtingen, die wij wegens het beperkte gebruik hier niet nader behoeven te beschrijven, worden daartoe van de voorwerpen verschillende beelden in de beide oogen ontworpen.

goed op de hoogte zijn gekomen, dan zal de ondervinding alléén reeds voldoende wezen, om ons de geringe diepte, die we overzien, eenigermate stereoscopisch te doen opvatten. In 't bijzonder is dit het geval, als er zaken bijkomen, die, hoewel niets essentieels afdoende, ons toch meer in de omstandigheden brengen, waaronder we gewoon zijn bij uitstek stereoscopisch te zien. Zoo kan bijv bij het stereoscopische oculair van ABBE (één der boven vermelde, voor het stereoscopische zien door den microscoop bestemde inrichtingen) door een kleine verandering worden bewerkt, dat de in de beide oogen ontworpen beelden naar vorm geheel identiek zijn, of ook dat ze de voor stereoscopische opvatting vereischte verschillen bezitten; en merkwaardigerwijze bleek nu aan ABBE [1]), dat, wanneer de beelden geheel gelijkvormig waren, alléén het zien met twee oogen veelal reeds voldoende was, om even duidelijk stereoscopisch te zien, als bij verschil in de beide netvliesbeelden [2]).

Ofschoon dus bij het monoculaire microscopische zien in zekere mate het lichamelijke zien niet is buitengesloten, zoo zullen toch de stereoscopische effecten veel minder worden opgedrongen, minder levendig zijn, en alleen mogelijk wezen voor die voorwerpen, welke men uit ondervinding reeds grondig kent. Worden nieuwe, niet al te eenvoudige objecten onderzocht, dan is in den aanvang de stereoscopische opvatting zeer gebrekkig. Hoe men zich echter dan door middel van veranderingen van instelling van de lichamelijke verhoudingen kan op de hoogte stellen, is boven gebleken.

§ 69. Daar men bij het microscopiseeren slechts met één oog ziet, en daar bij het monoculaire zien de beoordeeling van afstanden gebrekkig is, doet zich de vraag voor, op welken af-

---

1) E. ABBE, *Beschreibung eines neuen stereoskopischen Oculars.* Zeitschrift f. Mikroskopie, 2e Jahrgang, Heft VIII, Berlin, Denicke's Verlag, pag. 217.

2) Dit is dus iets dergelijks, als wanneer men bij het beschouwen van een schilderij door cylinders kijkt, die de lijst en verdere omgeving maskeeren. Hierdoor wordt de voorstelling, dat men slechts een schilderij beziet, minder levendig, en komt men dus meer in de omstandigheden, waaronder men gewoon is stereoscopisch te zien; werkelijk wordt daardoor dan ook de „diepte" in de schilderij veel in het oogloopender.

stand het microscopische gezichtsveld in onze voorstelling geplaatst zal zijn.

Wanneer andere hulpmiddelen ontbreken, kan, gelijk we boven (pag. 77) zagen, het accommodatie-gevoel tot een, al is 't dan ook gebrekkige beoordeeling van den afstand aanleiding geven; in verband hiermede zou men allicht verwachten, dat men zich het microscopische veld verderaf of dichterbij zal voorstellen, al naar mate men minder of meer accommodeert.

Wie echter aan het microscopiseeren gewend raakt, laat zijn accommodatie vrij wel rusten, en maakt er zeker tot het vergrooten van de diepte van het gezichtsveld slechts een zeer matig gebruik van. De totale diepte van het veld is trouwens in den regel toch zoo gering, en datgene wat we geheel scherp zien, maakt meestal zoo volkomen den indruk van een optische doorsnede zonder diepte, dat we ter wille van een uitbreiding van het veld in dien zin onze accommodatie niet licht zullen vermoeien. Wèl gaat men onwillekeurig zijn accommodatie inspannen, ofschoon het van geen nut is, wanneer men iets zeer nauwkeurig en ingespannen beziet, uit analogie van wat men in het dagelijksch leven in soortgelijke omstandigheden doet: het voorwerp dicht aan het oog brengen en dus voor korten afstand accommodeeren. Deze gevallen vormen echter betrekkelijk slechts uitzonderingen; bij het gewone, rustige werken accommodeert men niet, of althans weinig. Wanneer men nu het veld vóór zich zag op een afstand, die aan den accommodatie-toestand van dat oogenblik beantwoordde, dan zou men het steeds op grooten afstand, moeten zien, wat niet het geval is; men ziet het steeds op geringen afstand vóór zich liggen.

Dit levert een nieuwe en eigenaardige illustratie voor de bekende zaak, dat de afstand waarop we de dingen zien, in zeer hooge mate door onze kennis omtrent hun omgeving wordt beheerscht. We zien eenvoudig het veld op geringen afstand, omdat we weten, dat het veld een deel van de opening in de voorwerptafel representeert, en omdat we de plaats van deze zeer goed kennen. Het gaat hiermede niet anders als met het gebruik der loupe. Wanneer ik door een loupe zie, op de wijze, zooals men deze 't voordeeligst gebruikt, dat wil zeggen

door haar dicht bij 't oog, en 't object op den vereischten afstand er vóór te houden, dan zie ik het vergrootte beeld op den afstand, waarop zich het voorwerp werkelijk bevindt; ik kan hierbij mijn accommodatie naar willekeur veranderen [1]), het voorwerp zie ik steeds evenver, want de voorstelling, die ik omtrent zijn ware ligging heb, is door allerlei zaken te levendig, dan dat deze door veranderingen van mijn accommodatie eenige belangrijke wijziging zou kunnen ondergaan. Leg ik nu het voorwerp op tafel, en kijk op eenigen afstand van de loupe er naar, dan zie ik het beeld alweder op een afstand, die met den werkelijken afstand van 't voorwerp, die mij ook nu weer uit ondervinding bekend is, overeenstemt. Wegens den grooteren afstand, waarop ik mij het waargenomene nu denk, zie ik dit veel grooter, dan in het eerste geval, ofschoon, zooals men gemakkelijk kan nagaan, het netvliesbeeld wel kleiner, doch niet grooter kan zijn. Werkelijk is dan ook de indruk, dat de loupe, op deze laatste wijze gebruikt, veel sterker werkt, niets dan gezichtsbedrog.

Op dezelfde wijze gaat het, althans bij mij, ook bij den microscoop; mijne voorstelling van den afstand van het veld is, voor zoover ik die juist kan schatten, steeds in overeenstemming met den afstand, waarop ik weet dat datgene, wat ik zie, gelegen is, ook al kan ik hierbij proefondervindelijk aantoonen, dat ik niet accommodeer. Wanneer ik door een Engelsch microscoop met langen tubus kijk, stel ik mij het beeld ook steeds verderaf voor, dan wanneer ik door een kort, continentaal statief zie. De schijnbare afstand van het veld is ook niet aan belangrijke wisselingen onderhevig; alleen wanneer ik bijv. van een zwak oculair op een sterk overga, dan zie ik, in de eerste oogenblikken althans, het veld aanmerkelijk dichterbij, klaarblijkelijk omdat het netvliesbeeld zooveel grooter is geworden, en omdat ik mij weer gemakkelijker kan voorstellen, dat het object dichterbij is gekomen, dan dat het plotseling van grootte is veranderd (vgl. pag. 45).

§ 70. Wanneer door den microscoop voorwerpen worden be-

[1]) Door een weinig oefening zal ieder zich dit spoedig eigen maken.

schouwd, dan zijn deze bijna altijd door een of ander vocht omgeven, en door een dekglaasje bedekt op het voorwerpglaasje gelegen.

Ten einde den invloed der dekglaasjes op de beeldvorming te kennen, hebben we na te gaan, in welke opzichten de door hun beide grensvlakken ontworpen beelden, waarvan het laatst gevormde in plaats van het voorwerp zelf door den microscoop worden bezien, van het object verschillend zullen kunnen zijn.

Daar de beide grensvlakken evenwijdig, en dus de brandpuntsafstanden van die brekende vlakken ∞ zijn, zullen, zooals uit (29) en (30) blijkt, de laterale afmetingen der beelden, welke door hen worden gevormd, van die van 't voorwerp zelf niet verschillen.

Wèl echter ondergaat de ligging, en wat het belangrijkste is, in bepaalde gevallen de onderlinge ligging der verschillende lagen van het voorwerp bij de beeldvorming een verandering.

We beschouwen eerst de veranderde ligging en lengte van het beeld als het door één brekend vlak van oneindigen straal, en dan als het door twee zulke vlakken gevormd is.

Uit (4) of (7^b) volgt voor $r = \infty$ onmiddelijk:

$$b = -\frac{n}{m}\,l, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (66)$$

zoodat het beeldpunt steeds aan dezelfde zijde als het lichtpunt ligt. Voor een anderen lichtpuntsafstand krijgen we verder:

$$b' = -\frac{n}{m}\,l',$$

zoodat, afziende van het teeken, dat alleen de zijde, waar 't lichtpunt ligt, bepaalt:

$$b - b' = \frac{n}{m}(l - l') \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (67)$$

Stelt men dus m voor den index van het medium waarin het object ligt, n voor dien van het glas van 't dekglaasje, dan wordt voor $n < m$ de afstand tusschen de beide op de afstanden l en l' gelegen lagen verkleind, en voor $n > m$ vergroot.

Noemen we verder de dikte van het dekglaasje δ, en den index van het aan de front-lens van het objectief grenzende medium n', dan wordt bij de laatste breking door het dekglaasje:

$$\beta = -\frac{n'}{n}(b + \delta),$$

en:

$$\beta' = -\frac{n'}{n}(b' + \delta),$$

zoodat, tevens weer afziende van het minteeken:

$$\beta = \frac{n'}{n}\left(\frac{n}{m}l + \delta\right) = \frac{n'}{m}l + \frac{n'}{n}\delta,$$

$$\beta' = \frac{n'}{n}\left(\frac{n}{m}l' + \delta\right) = \frac{n'}{m}l' + \frac{n'}{n}\delta,$$

terwijl de definitieve afstand der op de afstanden l en l' van 't dekglaasje gelegen lagen, bij beeldvorming bepaald wordt door:

$$\beta - \beta' = \frac{n'}{m}(l - l') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

§ 71. Toen we (§ 61 pag. 115) de diepte van het accommodatie-gebied afleidden, maakten we er reeds met een enkel woord melding van, dat (64) eigenlijk alleen bepaalde de diepte, die dat gebied in het virtueele, door het dekglas gevormde beeld aanneemt. Noemen we deze diepte a en de daaraan beantwoordende w e r k e l ij k e diepte van het genoemde gebied in het voorwerp a', dan is:

$$\frac{a}{a'} = \frac{n'}{m}, \quad \text{dus} \quad a = a' \times \frac{n'}{m};$$

stellen we nu deze waarde voor a gelijk aan (64), dan komt er ten slotte:

$$a' = m \times \frac{1}{A} \times \left(\frac{\beta}{V}\right)^2,$$

zoodat dus voor $m = n'$, zooals we boven reeds opmerkten, (64) geen verandering ondergaat. — Bij de afleiding van (65) was met den invloed van m, welke dan ook in die formule voorkomt, reeds rekening gehouden.

§ 72. Wanneer men kan onderstellen dat de kegels, die bij de beeldvorming werkzaam zijn, een geringe opening hebben en slechts kleine hoeken met de as maken, dan zou de hier behandelde de eenige invloed zijn, dien het dekglaasje op de beeldvorming kon uitoefenen. In de werkelijkheid is die onderstelling echter niet van toepassing, en juist ten gevolge van te wijde afbeeldende kegels bewerkt dan ook het dekglas in de er door ontworpen beelden een eigenaardige onzuiverheid, die hoofdzakelijk hiervan een gevolg is, dat de lichtstralen, die van één enkel, op de as gelegen punt zijn uitgegaan, na breking door het dekglaasje niet meer op één punt gericht zijn, maar in steeds verdere punten de as snijden, naarmate ze schuiner op het dekglaasje zijn ingevallen (fig. 25). Die onzuiverheid in de beeldvorming, waarvan de mate, bij gebruik van een zelfde medium om het voorwerp, afhankelijk is van de dikte van 't dekglaasje, kan echter door een bijzondere constructie in het objectief worden opgeheven. Alle objectieven worden dan ook voor een bepaalde dekglasdikte (bij gebruik van een middenstof van gemiddelden brekingsindex om het object) *gecorrigeerd*, en wel meestal voor een gemiddeld gebruikte dekglasdikte van 0.15—0.20 mM., terwijl bij sommige sterke *objectieven met* **correctie**, het systeem naar willekeur voor verschillende dikte van dekglas kan worden ingesteld. Bij de *objectieven zonder correctie* van Zeiss staat met kleine cijfertjes op het koper gegraveerd, voor welke dekglasdikte het stelsel is gecorrigeerd, en voor welke dus zijn werking het meest volkomen zal zijn [1]). —

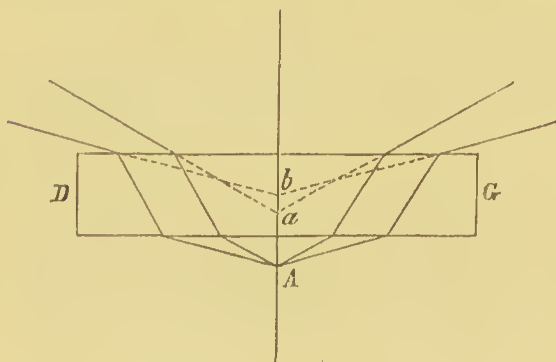


Fig. 25.

1) Door middel van bijzonder daartoe ingerichte werktuigen („*Dekglastasters*") kan de dikte der dekglazen worden bepaald. Waar het dus op bijzondere scherpte der beelden aankomt, zou men dekglazen moeten bezigen, die de dikte bezitten, waarvoor de correctie 't volkomenst is, of anders, bij de objectieven *met correctie*, den cor-

Wanneer de het laatst beschreven werking der dekglaasjes voldoende is gecorrigeerd, zal men verder alleen nog maar rekening met hun invloed behoeven te houden, als men uit de verschuiving, die de tubus moet ondergaan, om achtereenvolgens op twee verschillende lagen in 't voorwerp te worden ingesteld, den werkelijken afstand dier lagen wilde afleiden. Op het uiterlijk van de beelden oefenen ze overigens geen invloed meer uit, zoodat we ook in 't vervolg geheel van hen zullen afzien.

§ 72. De lichaamsvormen, waarvan een juistere kennis der beelden voldoende is, om in de meeste gevallen zijn waarnemingen te begrijpen, zijn weinige in getal. Het zijn: de staande cylinder, de liggende cylinder, de bol, de dubbele bol en de holle cylinder. — Totdat het tegendeel wordt gezegd, zien we van de samengesteldheid van het licht, dat van de lichtbron uitstraalt, af, en onderstellen eenvoudig dat het uit één lichtsoort met één brekingsindex bestaat.

De staande cylinder.

§ 73. Denken we ons een cylindervormig object, en hiervan volgens de as een doorsnede A B C D (fig. 26).

Noemen we den brekingsindex van het omringende medium m, en dien van den cylinder n; we zullen dan afzonderlijk nagaan $m < n$ en $m > n$. Wat de instelling betreft, zullen we verder twee gevallen onderzoeken, 1° instelling voor de bovenvlakte, 2° instelling voor de ondervlakte.

1. $m < n$.

a. Bovenvlakte instellingsvlak.

De microscoop is dus ingesteld voor het vlak A B van den cylinder. Laten we aannemen dat de lichtkegels, die van het niet door 't object bedekte veld uitstralen, een tophoek 2α hebben, en dat al de in fig. 26 geteekende stralen onder maxi-

rectie-toestand aan de dikte van het dekglas kunnen aanpassen. In de praktijk echter is wel zelden, zoo ooit, een zoo buitengewoon nauwkeurige correctie voor het dekglas noodzakelijk.

mum-helling (dus onder een hoek α met de optische as) tegen den cylinder invallen; dan zullen al de lichtstralen, die in het vlak van teekening door een punt als bijv. G uittreden, aan de ondervlakte tusschen K en F op den cylinder zijn ingevallen, zoodat de lichtkegel H G L een zelfde opening heeft, als de lichtkegels, die op eenigen afstand van 't object van punten

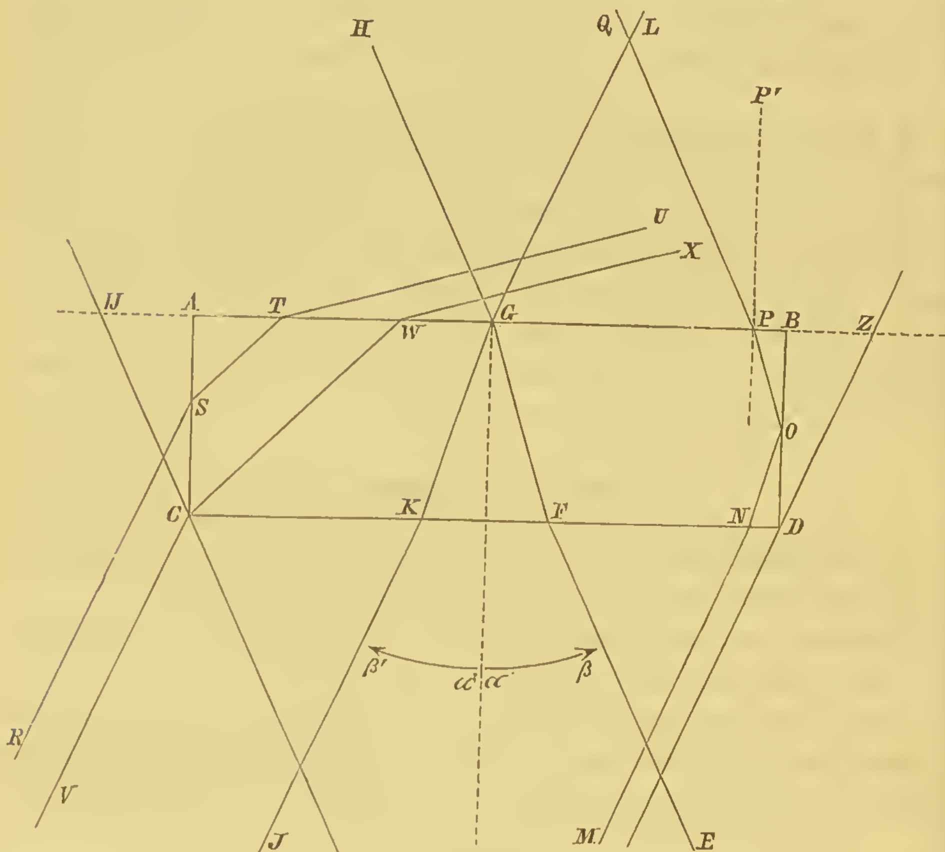


Fig. 26.

van het veld uitstralen. Zulke lichtkegels, die een tophoek hebben gelijk aan den hoek, waaronder vanuit het gezichtsveld de werkzame spiegeloppervlakte (of de werkzame oppervlakte van het laatste brekingsvlak van een condensor) wordt gezien, noemen wij **normaal-bundels**; van G straalt dus zoo'n bundel uit.

Zooals nu bij berekening blijkt, is het bij een bepaalde verhouding tusschen m, n en α mogelijk, dat al de lichtstralen,

die tegen den cylinder zijn ingevallen, door de bovenvlakte uittreden. Wat het tegen de ondervlakte ingevallen licht betreft, is, gelijk men inziet, hiertoe vereischt, dat lichtstralen als M N, die onder maximum-helling dicht bij den rand D zijn ingevallen, en die na breking het zijvlak C D hebben getroffen, hiertegen totaal worden gereflecteerd, en door de bovenvlakte uittreden.

Wanneer men hierbij afziet van lichtverlies door reflexie en absorbtie, dan zal dus alléén reeds door het aan de ondervlakte ingevallen licht van de bovenvlakte een lichthoeveelheid afstralen, gelijk aan de lichthoeveelheid, die van een gelijk oppervlak van het vrije veld uitgaat. Dat verder die lichthoeveelheid van het oppervlak A B binnen kegels van de opening van normaal-bundels zal besloten zijn, hebben we voor een punt als G reeds gezien, en zal men ook voor punten als P, door een nadere beschouwing van de hoeken bij N, O en P, gemakkelijk kunnen afleiden.

Althans voor een deel van het instellingsvlak wordt echter die lichthoeveelheid versterkt door stralen als R S T U, die door de zijvlakken zijn opgevangen, en die dan eveneens door punten van de bovenvlakte uittreden. Uit de figuur ziet men gemakkelijk in, dat de lichthoeveelheid, welke aldus de lichtsterkte van het oppervlak komt vermeerderen, grooter is, naarmate A C langer, dus bijv. de doorsnede dikker is; in werkelijkheid echter alléén, voor zoover dat meerdere niet door den langeren weg, dien het in den cylinder moet afleggen, wordt geabsorbeerd. Dergelijke lichtstralen, welke de normaal-bundels van een punt van het oppervlak versterken, noemen wij **surplus-stralen.**

Door een straal als V C W X ziet men verder in, dat wanneer de oppervlakte van A B met betrekking tot de lengte van A C en de helling van de onder maximum-helling invallende stralen te groot is, niet het geheele oppervlak surplus-stralen zal uitzenden; in onze figuur bijv. is van die punten W het laatste.

Daar M N volgens een maximum-helling in de richting $\alpha' \beta'$ is ingevallen, heeft ook P Q een maximum-helling naar links. Binnen den cylinder beantwoordt aan deze uittredingsrichting een lichtstraal O P. In de richting O P verloopt een straal, door-

dien N O bij O totaal is gereflecteerd. Een lichtstraal, die bij O van buiten af tegen den cylinder inviel, zou dus binnen den cylinder nooit in de richting O P, of in een met B D minder hellende richting kunnen verloopen. Alle lichtstralen, die door de zijvlakten in den cylinder overgaan, zullen daarentegen een grooteren hoek met B D maken dan O P, en ook onder een grooteren hoek met de optische as dan $QPP' = \alpha^\circ$ door de bovenvlakte uittreden. Alle surplus-stralen vallen dus buiten de normaal-bundels, nooit er binnen, en ze versterken de op het instellingsvlak gerichte bundels van de wijdte der normaalbundels alléén, doordien ze deze vergrooten. Zal dus het oppervlak A B ook in grootere lichtsterkte dan het vrije veld worden gezien, dan moet de openingshoek van het gebruikte systeem groot genoeg zijn, om een voldoende hoeveelheid surplus-stralen op te nemen.

Zooals een blik op de figuur leert, is het surplus, dat A B uitzendt, onttrokken aan de aangrenzende deelen van het veld, en wel over de afstanden A Y en B Z. De punten van B Z bijv. zenden alle wel stralen uit, welke onder een helling in de richting $\alpha\beta$ er op zijn gericht, doch naarmate die punten dichter bij B zijn gelegen, missen ze, ten gevolge van onderschepping door den cylinder, meer stralen van tegenovergestelde helling. Onmiddelijk aan het object grenst dus een deel van het gezichtsveld, welks beeld onder den invloed van het voorwerp staat. In dit geval heeft dat deel de breedte B Z, en is gekenmerkt door een lichtsterkte, die over 't geheel geringer is dan in het overige veld, die dicht bij B 't geringst is, en naar Z toeneemt, terwijl ook dit laatste punt het eerste is, waarvan een volle normaal-bundel afstraalt.

Dàt deel van het veld, hetwelk uitsluitend licht uitzendt, dat niet met het object in aanraking is geweest of komt, willen wij het **vrije gezichtsveld** noemen. —

Tot nog toe onderstelden we, dat de lichtstralen, die op den cylinder, hetzij op het ondervlak, hetzij op de zijvlakken invielen, alle door de bovenvlakte uittraden. In werkelijkheid behoeft dit volstrekt niet het geval te zijn, ja, wanneer de nor-

maalbundels een grooteren openingshoek dan 90° hebben, is dit zelfs voor geen verhouding tusschen m en n meer mogelijk.

Hierdoor ziet men in, dat, wanneer een staande cylinder bij insteling op zijn bovenvlak een grootere lichtsterkte vertoont [1]) dan het vrije veld, dit wel niet altijd dáárvan een gevolg zal behoeven te wezen, dat al het licht, dat op den cylinder is ingevallen, door de bovenvlakte is uitgetreden, maar dat dan toch steeds het verlies, hetwelk het licht bij doorgang door den cylinder heeft ondergaan, méér dan opgewogen wordt door de hoeveelheid surplus-stralen, die de bovenvlakte uitzendt.

De voorwaarde, waaronder al het op den cylinder ingevallen licht, door de bovenvlakte zal uittreden, is gemakkelijk te vinden. We hebben haar slechts te bepalen voor stralen van maximum-helling, want als deze door het bovenvlak uittreden, dan is dat ook met alle andere het geval. Een straal, die onder een hoek α met de optische as tegen een zijvlak invalt, vormt met den normaal op dat vlak een hoek $90 - \alpha$, en wordt dus gebroken volgens een hoek $bg\,sin\,\frac{m\,cos\,\alpha}{n}$. Deze treft verder 't bovenvlak volgens een hoek $90 - bg\,sin\,\frac{m\,cos\,\alpha}{n}$, en treedt dan naar buiten, mits die hoek kleiner zij dan de grenshoek, dus mits $90 - bg\,sin\,\frac{m\,cos\,\alpha}{n} < bg\,sin\,\frac{m}{n}$.

Voor stralen als M N O P Q vindt men op dezelfde wijze gemakkelijk de voorwaarde: $90 - bg\,sin\,\frac{m\,sin\,\alpha}{n} > bg\,sin\,\frac{m}{n}$.

Door combinatie dezer ongelijkheden krijgt men dan als voorwaarde, waaronder al het op den cylinder ingevallen licht door de bovenvlakte zal uittreden:

$$90 - bg\,sin\,\frac{m\,sin\,\alpha}{n} > bg\,sin\,\frac{m}{n} > 90 - bg\,sin\,\frac{m\,cos\,\alpha}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (69)$$

In deze ongelijkheid kan het eerste lid slechts zóólang grooter wezen dan het laatste, als $\alpha < 45°$. Voor grootere waarde van α wordt voor geen waarde van m en n meer aan de ongelijkheid voldaan.

b. ondervlakte instellingsvlak.

§ 74. We onderstellen weer dat al het licht, dat op den cylinder invalt, door de bovenvlakte uittreedt.

Het is dan duidelijk, dat het beeld juist het tegenovergestelde zal zijn, van wat we bij instelling op het bovenvlak

---

[1]) Met het schatten van een lichtsterkte zij men echter zeer voorzichtig; in het hier behandelde geval bijv. oordeelt men zeer gemakkelijk de lichtsterkte van de cylinderoppervlakte te groot, wegens contrast (zie pag. 51) met den aangrenzenden donkeren rand van het vrije veld.

kregen; de optische doorsnede door den cylinder zal, althans naar de randen toe, donkerder wezen, en zal aan de buitenzij omgeven zijn door een lichten zoom.

Vooreerst toch ziet men (fig. 27), dat geen der tegen de zijvlakken ingevallen stralen na breking in den cylinder op de

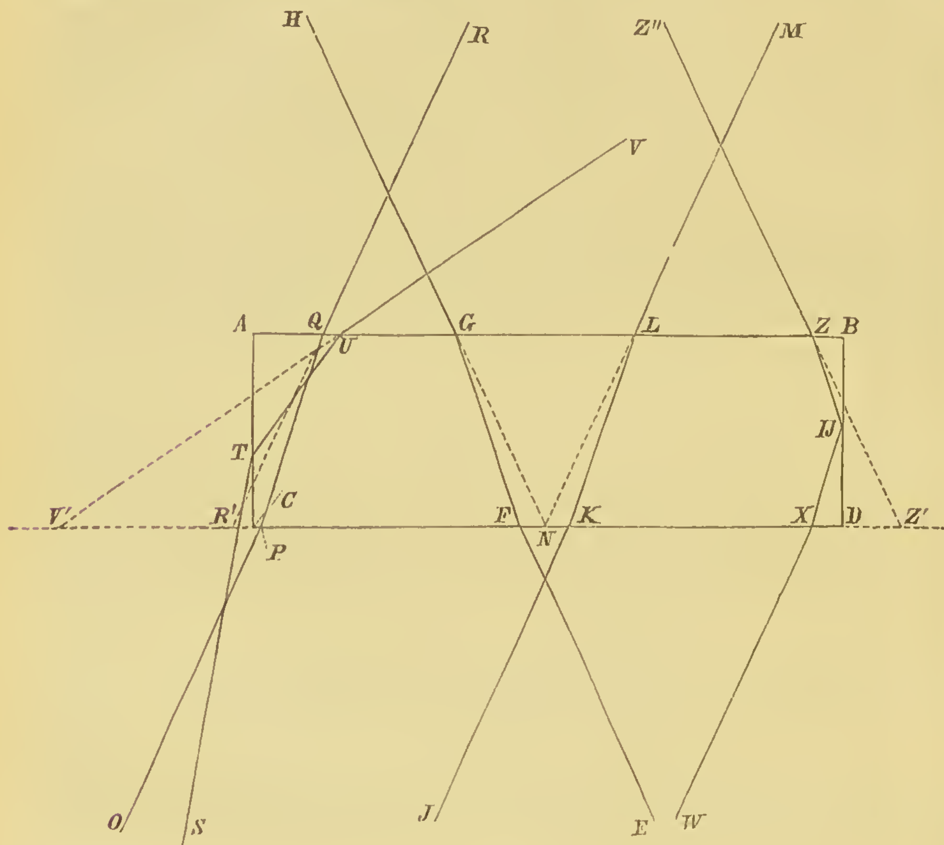


Fig. 27.

ondervlakte kan zijn gericht. Immers, indien een straal als S T U V bij zijn doorgang door den cylinder, doordien $m = n$ was, eens niet werd gebroken, dan zou hij op zijn hoogst op 't punt C van de ondervlakte gericht kunnen zijn. De invallende stralen worden echter wèl gebroken, en dat wel (in den cylinder) naar den normaal toe; het verlengde van elken door de bovenvlakte weer uittredenden straal zal dus het zijvlak ergens tusschen A en C, en het instellingsvlak buiten C D, bijv. in V', snijden.

Door een volkomen analoge redeneering blijkt, dat stralen,

die tegen de zijvlakken worden gereflecteerd (bijv. W X Y Z Z''), eveneens na uittreding op punten, buiten de optische doorsnede van dencylinder gelegen, zijn gericht (in de figuur: Z Z'' op Z').

Eindelijk ziet men, dat de dicht bij C met een helling naar links, of dicht bij D met een helling naar rechts tegen de ondervlakte invallende stralen, tengevolge van de evenwijdige verschuiving, die ze bij doorgang door den cylinder ondergaan, eveneens op buiten C D gelegen punten gericht zullen zijn (zie bijv. de straal O P Q R die op R' is gericht). Naarmate de invalspunten dichter bij C of bij D zijn gelegen, zullen op deze wijze stralen van geringer helling aan de verlichting van den cylinder onttrokken worden. Ook hierdoor zal naar de randen toe de lichtsterkte afnemen.

Daar dus (in de onderstelling aan het hoofd van dit geval genoemd) de dicht bij C en D tegen de ondervlakte ingevallen stralen voor de verlichting van de optische doorsnede van den cylinder verloren gaan, terwijl dit verlies niet kan worden vergoed, is 't duidelijk, dat naar de randen toe de lichtsterkte van den cylinder zal verminderen; wanneer het grondvlak groot genoeg is, zullen echter centraal gelegen punten, zooals N, normaal-bundels blijven uitzenden.

2. $m > n$.

a. bovenvlakte instellingsvlak.

§ 75. In tegenstelling van wat we bij $m < n$ zagen, kan nu geen punt van 't instellingsvlak een veel grootere lichtsterkte krijgen dan een punt van 't vrije veld.

Wanneer de verhoudingen zijn, zooals in figuur 28 is aangegeven, en wanneer alle daarin aangegeven stralen onder maximum-helling tegen den cylinder invallen, dan ziet men gemakkelijk in, dat, van G naar links gaande, N het laatste punt is, dat een normaal-bundel uitzendt, waarvan alle stralen tegen de ondervlakte waren ingevallen.

Voor zoover de stralen weer van de ondervlakte afkomstig zijn, zullen tusschen N en A met een helling in de richting $\alpha\,\beta$ geen stralen ontbreken. Met een tegenovergestelde hel-

ling echter zullen, van N af gerekend, de punten van N A stralen van steeds kleiner helling gaan missen. Naar A toe zou

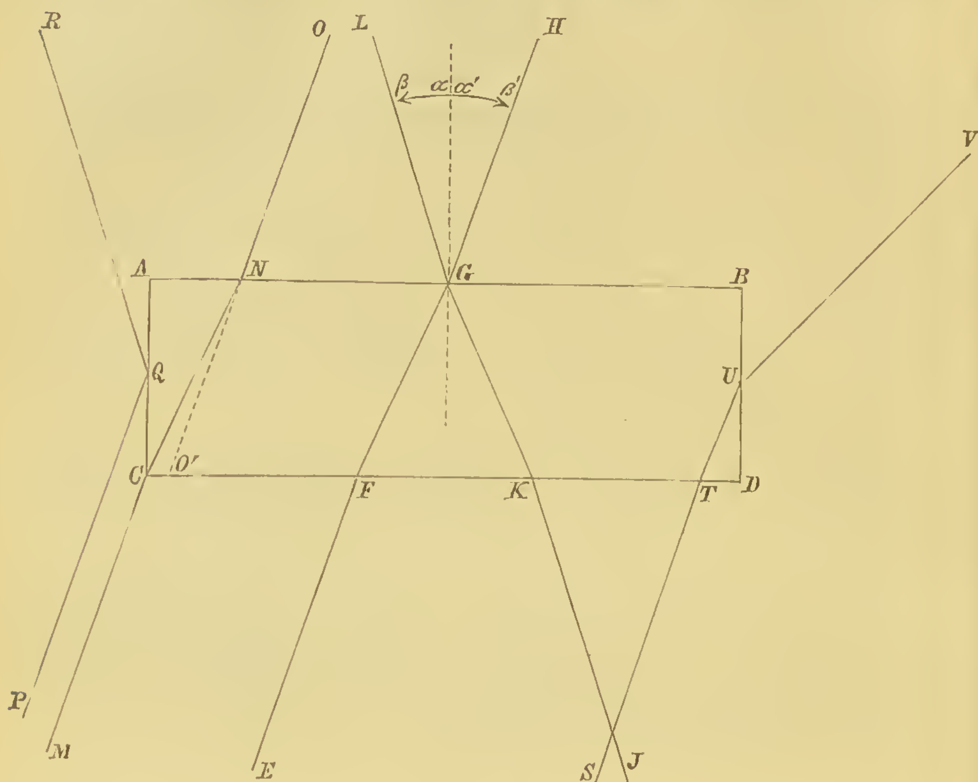


Fig 28.

dus hierdoor het bovenvlak donkerder worden. De eenige wijze waarop dit kan worden gecompenseerd is door stralen, die tegen de zijvlakken invallen, althans voor zoover ze niet wegens te grooten hoek van inval totaal worden gereflecteerd (in de verhoudingen zooals ze in de figuur zijn aangenomen kunnen zelfs stralen van maximum-helling, zooals P Q, niet in den cylinder overgaan). Zooals men gemakkelijk inziet, kunnen dergelijke stralen toch altijd maar een klein deel van A N verlichten; wat de verdere punten van A N verliezen, doordien het medium A D door reflexie tegen de zijvlakken, of door breking tegen de ondervlakte en een zijvlak (zie bijv. S T U V) stralen afleidt, die de normaalbundels van zijdelings gelegen punten versterken, wordt op generlei wijze gecompenseerd. Het hier verkregen

beeld zal dus meer overeenstemmen met het beeld, dat we voor $m < n$ bij instelling op de ondervlakte verkregen.

b. ondervlakte instellingsvlak.

§ 76. Met dit geval kunnen we nu kort zijn. Men ziet toch dadelijk in, dat de stralen, die bij instelling op het bovenvlak voor de verlichting van den cylinder verloren gingen, nu juist weer op de optische doorsnede C D gericht zullen zijn, terwijl deze op geen andere wijze in eenigszins belangrijke mate licht verliezen kan. Het beeld zal dus overeenstemming vertoonen met 1[a].

§ 77. Tot nog toe onderstelden we, dat het invallende licht éénkleurig was. In werkelijkheid echter is het wit, of nagenoeg zoo, dus veelkleurig. Nemen we dit in aanmerking, dan leiden we uit fig. 26 gemakkelijk af, hoe hierdoor althans de grenzen van verschillend brekende, aan elkaar grenzende middenstoffen gekleurd zullen zijn. Beschouwen we bijv. een straal wit licht M N; deze zal nu na breking niet in éénе richting N O verloopen, maar hij zal in de hem samenstellende lichtsoorten worden gesplitst, zoodat de roode stralen onder den kleinsten, de blauwe onder den grootsten hoek (met den normaal) op het zijvlak zullen invallen. Wanneer nu de straal M N onder zeer geringe helling op de ondervlakte inviel, dan zouden alle gebroken stralen tegen de zijvlakte worden gereflecteerd. Wanneer verder die straal sterk helde, dan zouden alle gebroken stralen, zoowel de blauwe als de roode door dat zijvlak weer uittreden. Tusschen deze beide uitersten bestaan er echter natuurlijk ook richtingen voor den ingevallen straal, waarbij de blauwe stralen tegen het zijvlak totaal worden gereflecteerd, doch waarbij de roode stralen minder of meer uittreden. Hierdoor zal dus bij instelling op het bovenvlak een overmaat van blauw licht van de cylinderoppervlakte, en een overmaat van rood licht van de aangrenzende deelen van het veld kunnen uitstralen, terwijl bij instelling op de ondervlakte de verhoudingen juist omgekeerd zullen zijn, en de cylinder zelf roodachtig en de omgeving blauwachtig zal schijnen. Dat een

minder brekende cylinder, als men dezen getint ziet, juist bij instelling op de bovenvlakte, althans aan de randen, roodachtig, en bij instelling op de ondervlakte aldaar blauwachtig zal schijnen, ziet men verder met behulp van fig. 28 gemakkelijk in.

Ofschoon een sterker brekende cylinder, als hij eenige kleur vertoont, bij instelling op 't bovenvlak steeds blauwachtig zal zijn, zoo is er toch in dergelijke tinten, in verband met het verschillend kleurschiftend vermogen van het object en van het omgevende medium, veel verschil. Buitendien kan de aard van het gebruikte systeem, door de wijze waarop de chromatisehe aberratie is gecorrigeerd of door liehte tinten van het glas der lenzen, er invloed op uitoefenen, terwijl ze verder nog door het absorbeerend vermogen der voorwerpen, dus door hun eigenlijke kleur, min of meer kunnen worden bedekt.

Behalve in zeer gunstige gevallen zijn bedoelde tinten niet zeer sterk; toch zijn ze voor een geoefend oog duidelijk genoeg. Men gewenne zich er aan ze te onderscheiden, want niet alleen bij den staanden cylinder, doch ook bij objecten van geheel anderen vorm kunnen zulke kleurschakeeringen voor de beoordeeling van het beeld van veel nut zijn.

De liggende cylinder.

§ 78. Als instellingsvlak nemen we een vlak gaande door de as; dergelijke doorsneden, die door de as van een eylinder, of door het middelpunt van een bol gaan, noemen we *mediane* doorsneden.

Zij de index van het omringende medium m, en die van den cylinder n, dan zullen we weer beschouwen $m > n$ en $m < n$ (fig. 29 en 30); we kunnen hier echter onze verklaring zoo inriehten, dat ze op beide figuren gelijktijdig slaat. Beide figuren stellen doorsneden loodrecht op de as van den eylinder voor. Alle er in figuren geteekende stralen zijn stralen van maximum-helling, terwijl verder ondersteld wordt, dat de openingshoek van het gebruikte systeem minstens gelijk is aan den hoek, waaronder twee stralen van maximum-helling elkaar in het vrije veld kruisen.

Het centrum M van de optische doorsnede zal natuurlijk, wanneer men mag afzien van lichtverlies door reflexie en absorbtie, een zelfde lichtsterkte vertoonen als de punten van het vrije veld.

Ook van terzij gelegen punten N van de optische doorsnede kunnen, zooals men uit de figuren inziet, normaal-bundels uitstralen. In hoeverre echter het objectief die bundels als D N H zal opnemen, is afhankelijk van de mate van helling, die ze door de breking in den cylinder verkregen hebben.

Fig. 29.

Fig. 30.

Denken we ons namelijk een invallenden lichtstraal van maximum-helling in de richting $\alpha\,\beta$ (bijv. A B), na eerst op het middelpunt gericht te zijn geweest, evenwijdig aan zich zelf voortbewogen naar links, dan ziet men in, dat de daaraan beantwoordende uittredende straal een steeds grooteren hoek met de invalsrichting en met de optische as zal gaan maken; eindelijk, wanneer slechts *m* ten opzichte van *n* groot (fig. 29) of klein (fig. 30) genoeg is, zal er een oogenblik komen, waarop

de uittredende straal C D met de optische as een hoek maakt, gelijk aan de halve angulaire opening van het systeem. Het punt van het instellingsvlak, waarop die uittredende straal is gericht, is dan het laatste, waarvan een volle normaal-bundel wordt opgenomen. Van verder naar links gelegen punten zullen steeds meer stralen met een helling in de richting $\alpha \beta$ voor de beeldvorming door den microscoop verloren gaan, eindelijk zelfs — als de brekingsindices maar weer genoeg verschillen — komen er punten, waarvoor stralen (als E F), die in de richting $\alpha' \beta'$ hellende op den cylinder invielen, onder te groote helling uittreden, om nog in het objectief te vallen, en ten slotte zullen er dus punten kunnen zijn, waarvan de geheele er op gerichte, uittredende lichtbundel te sterk met de as helt, om zelfs ten deele te kunnen worden opgenomen. Die punten zal men dan in het beeld geheel donker zien.

Het blijkt dus, dat bij mediane instelling het beeld in het centrum een lichtsterkte bezit gelijk aan die van het vrije veld, terwijl naar den omtrek toe, wanneer het verschil der indices m en n met betrekking tot den openingshoek van 't systeem, en tot de sterkste helling van de intredende stralen maar groot genoeg is, op zeker punt de lichtsterkte begint te verminderen (begin van de *halfschaduw*), en eindelijk in geheele duisternis overgaat (*volschaduw*). Tevens zal men inzien, dat wanneer de indices met betrekking tot de groote der vermelde hoeken niet genoeg verschillen, de geheele volschaduw of zelfs een grooter of kleiner deel van de halfschaduw zullen kunnen ontbreken.

De ligging der punten, waar half- en volschaduw beginnen, kan als volgt worden berekend.

Halfschaduw (fig. 31 en 32).

De plaats van het gezochte punt zal overeenstemmen met die van een punt E, dat in 't verlengde ligt van een straal C D, welke nog juist door het objectief wordt opgenomen, en welke was ingevallen volgens een maximum-helling in de richting $\alpha \beta$.

De ligging van E zal bekend zijn, als de hoeken uit driehoek M C E bekend zijn.

Noemen we den openingshoek ω, en stellen we dat de stralen van maximum-helling elkander in het vrije veld onder een hoek d kruisen. Stellen we dat de bedoelde grensstraal C D met den straal M C van de cylinderdoorsnede een hoek α maakt, en dat de daaraan beantwoordende invalshoek (M C B) α' is; wanneer men dan nog

uit M op B C een loodlijn neerlaat, dan ziet men uit de figuren in, dat:

Fig. 31.

Fig. 32.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = \text{constant} = C, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

$$\alpha' - \alpha = 90 - \rho, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

$$2\rho + \frac{\omega}{2} - \frac{d}{2} = 180, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = C', \quad \ldots\ldots\ldots \quad (73)$$

$$\alpha - \alpha' = 90 - \rho, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

$$2\rho + \frac{\omega}{2} - \frac{d}{2} = 180, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (75)$$

uit welke vergelijkingen α kan worden bepaald. Daar verder $\angle CEM = 90 \pm \frac{\omega}{2}$, zijn de hoeken van $\triangle CEM$, en dus de ligging van 't punt E bekend.

Volschaduw (fig. 33 en 34).

Het beginpunt vinden we op volkomen analoge manier, door weer na te gaan, waar het punt E ligt, waarop de gebroken straal is gericht, die uittreedt volgens een hoek $\frac{\omega}{2}$, en die bij zijn intrede $\frac{d^\circ}{2}$ met de optische as helde, maar nu in de tegenovergestelde richting als in het vorige geval.

We krijgen dus ter bepaling van α:

Fig. 33.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = C, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

$$\alpha' - \alpha = 90 - \rho, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (77)$$

$$2\rho + \frac{\omega}{2} + \frac{d}{2} = 180, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78)$$

Fig. 34.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = C', \quad \ldots\ldots\ldots \quad (79)$$

$$\alpha - \alpha' = 90 - \rho, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (80)$$

$$2\rho + \frac{\omega}{2} + \frac{d}{2} = 180, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (81)$$

terwijl $\angle MEC$ weer $= 90 \pm \frac{\omega}{2}$ is. —

Wat den algemeenen gang betreft van de verplaatsingen van half- en volschaduw bij verandering van ω en d, is 't in de eerste plaats uit de figuren duidelijk, dat beide schaduwen des te verder van 't middelpunt zullen beginnen, naarmate ω grooter is.

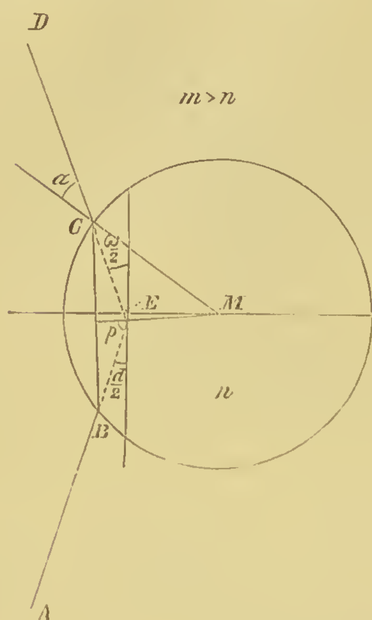


Fig. 33.

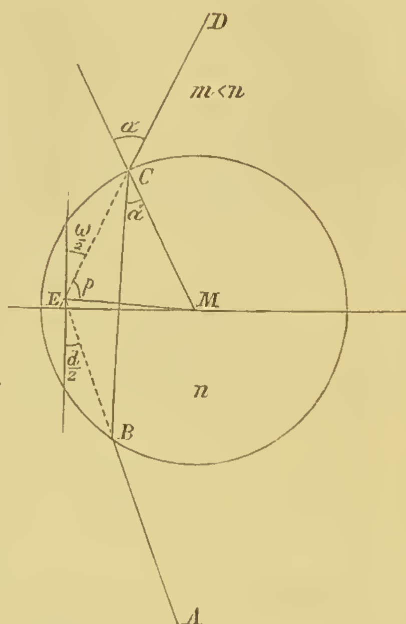


Fig. 34.

Verder ziet men in, dat bij bepaalden ω de beginpunten verder zullen vallen, naarmate α grooter is; hierdoor kan men den invloed van veranderingen in d afleiden.

Bepaalt men bijv. de verplaatsing van 't beginpunt der halfschaduw bij den minder brekenden cylinder, dan ziet men in, dat $\alpha' - \alpha$ en dus α kleiner is, naarmate ρ toeneemt; ρ wordt grooter naarmate d aangroeit, zoodat dus de halfschaduw minder ver zal beginnen, naarmate de werkzame spiegeloppervlakte onder een grooteren hoek wordt gezien.

Op volkomen dezelfde wijze kan men ook de andere gevallen nagaan; men verkrijgt dan bij den minder en bij den meer brekenden cylinder dezelfde uitkomsten, en wel:

	LIGGENDE CYLINDER.	
	Halfschaduw.	Volschaduw.
Begint verder naarmate	ω grooter, d kleiner.	ω grooter, d grooter.
Begint minder ver naarmate. . . .	ω kleiner, d grooter.	ω kleiner, d kleiner.

Uit deze tabel ziet men tevens gemakkelijk in, dat naarmate d toeneemt, de half-

schaduw breeder, en de volschaduw smaller zal worden. Voor $d = 0$ vallen de beginpunten van volschaduw en halfschaduw samen, d. w. z. de halfschaduw ontbreekt. Voor $d = \omega$ is in alle gevallen $\rho = 90$, en hierdoor $\pm(\alpha - \alpha') = 0$, zoodat dan de grensstraal, die door het begin van den schaduwrand gaat, in dezelfde richting, volgens welke hij inviel, doorgaat, wat alleen mogelijk is, als die invallende straal op het middelpunt is gericht; voor dat geval wordt dus slechts het middelpunt zelf in de lichtsterkte van het vrije veld gezien. —

Ten slotte willen wij nog nader bepalen, wanneer vol- en halfschaduw in het beeld zullen ontbreken.

Bij een beschouwing van de figuren 31—34 ziet men in, dat wanneer stralen als C D, die onder maximum-helling zijn ingevallen, nog niet zoo'n grooten hoek met de optische as maken, dat ze op het beginpunt van de halfschaduw, of op dat van de volschaduw zijn gericht, dat dan ook het richtingsverschil tusschen de in- en uittredende stralen kleiner, dus hoek ρ grooter moet wezen, dan aangegeven wordt door de betrekkingen (72) en (75), (78) en (81), d. w. z. grooter dan $90 - \frac{\omega - d}{4}$, of grooter dan $90 - \frac{\omega + d}{4}$.

Stellen we nu dat een straal, die onder maximum-helling is ingevallen, zoodanig uit den cylinder treedt, dat hij nog door het objectief wordt opgenomen, en in de optische doorsnede juist op den omtrek van den cylinder is gericht (zie fig. 35); voor dit bijzondere geval is, zooals men onmiddelijk uit de figuur inziet, $\alpha = 90 - \frac{\omega}{2}$. Men weet dan, dat in het beeld de volschaduw of zelfs de halfschaduw zal ontbreken, al naar dat de invallende straal naar de eene of naar de andere richting heeft geheld (vgl. fig. 31 met 33, en fig. 32 met 34).

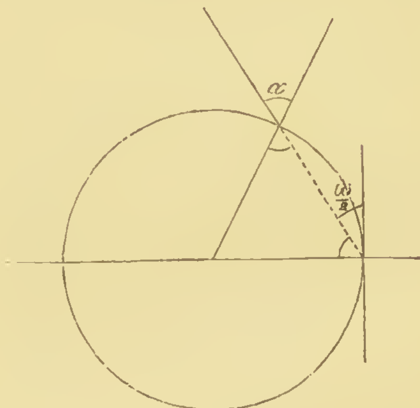


Fig. 35.

Beschouwen we nu eerst het geval bij een sterker brekenden cylinder. Zal E nog niet in de halfschaduw vallen, dan moet dus de bij dezen straal behoorende $\rho > 90 - \frac{\omega - d}{4}$ zijn; maar omdat $\rho = 90 - (\alpha - \alpha')$ is, moet dus ook $90 - (\alpha - \alpha') > 90 - \frac{\omega - d}{4}$, of $(\alpha - \alpha') < \frac{\omega - d}{4}$. — Op dezelfde wijze ziet men in, dat bij E de volschaduw nog niet aangevangen zal zijn, als $(\alpha - \alpha') < \frac{\omega + d}{4}$. — Of aan deze ongelijkheden voor bepaalde brekingsindices der betroffen media, en voor gegeven waarde van ω en d beantwoord wordt, kan verder worden onderzocht door voor α te nemen $90 - \frac{\omega}{2}$, en voor α' den door de brekingsindices bekenden, daarbij behoorenden brekingshoek.

Voor het geval van een minder brekenden cylinder vindt men op dezelfde wijze, dat

de volschaduw zal ontbreken als $\alpha' - \alpha < \frac{\omega + d}{4}$, terwijl de halfschaduw afwezig zal zijn als $\alpha' - \alpha < \frac{\omega - d}{4}$, eveneens $\alpha = 90 - \frac{\omega}{2}$ stellende.

§ 79. Het feitelijk waargenomen beeld van cylinders (of van bollen, zooals we weldra zullen zien) stemt met het boven afgeleide volstrekt niet altijd overeen. Wel is waar ziet men in het centrum een lichte plek, en neemt naar de peripherie de lichtsterkte af, om eindelijk in geheele duisternis over te gaan, doch men vindt in den schaduwrand bij afwisseling heldere en donkere strepen, waardoor dikwijls naar den omtrek van het beeld zelfs de volschaduw meer het uiterlijk van een halfschaduw verkrijgt.

Zooals men gemakkelijk inziet, worden die lichte strepen in de schaduw teweeg gebracht door lichtstralen, die aan de binnenzij tegen den rand eens of meermalen zijn teruggekaatst. — Wanneer bijv. een intredende straal A B (fig. 36) volgens B C gebroken wordt, en de verhoudingen zoodanig zijn, dat geen totale reflexie plaats grijpt, dan zal bij C een deel van het licht volgens C C′ uittreden, doch tevens zal ook een ander deel naar D worden gereflecteerd, waar zich hetzelfde verschijnsel herhaalt. Het licht, dat aldus evenals bij C en D naar buiten treedt, zal natuurlijk des te zwakker wezen, naarmate vóór het uittreden van den straal meer reflexies hebben plaats gehad. Wanneer echter een grooter aantal, eerst gereflecteerde en daarna gebroken stralen (waarvan er dus één bijv. den weg A B C D D′ heeft gevolgd) bij uittreding uit den bol op dicht bij elkaar gelegen punten van het instellingsvlak zijn

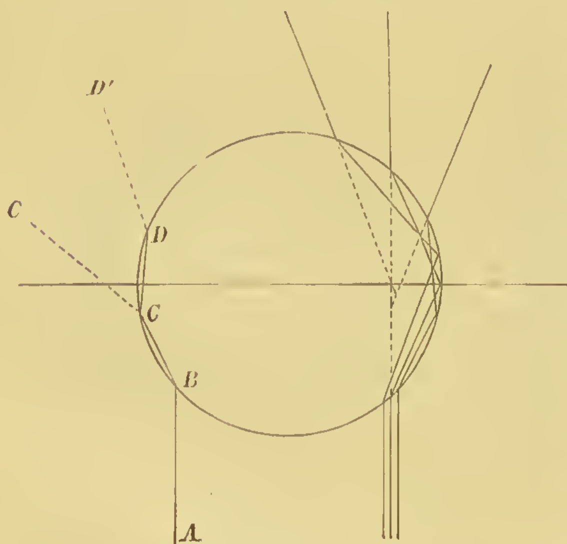


Fig. 36.

gericht (zie het rechter deel der figuur), dan kunnen de op deze wijze in de schaduwrand gevormde strepen nog een vrij groote lichtsterkte verkrijgen. Zooals duidelijk is, en bij berekening verder blijkt, worden de helderste op deze wijze verkregen lichtstrepen gevormd door licht dat maar eens, minder heldere door licht dat meermalen is gereflecteerd.

De Bol.

§ 80. Zooals men gemakkelijk inziet, zal men bij mediane instelling op een bol van het middelpunt af volgens alle richtingen naar den omtrek analoge lichtveranderingen krijgen, als bij een liggenden cylinder van het centrum af volgens een richting loodrecht op de as worden aangetroffen. Voor de afleiding van het mediane beeld kunnen we dan ook geheel naar den liggenden cylinder verwijzen. —

Wanneer men in de praktijk bolvormige objecten ontmoet, die men niet reeds terstond uit hun algemeen beeld herkent, dan heeft men in de eerste plaats na te gaan of zij meer, dan wel minder brekend zijn dan het omgevende medium.

Het onderzoek hiervan is zeer gemakkelijk. Het is toch duidelijk, dat het bolvormige lichaam als een biconvexe lens zal werken, en dat het dus van de lichtbron een reëel of virtueel beeld zal ontwerpen. Wegens den grooten afstand van de lichtbron met betrekking tot den brandpuntsafstand kan men de bedoelde beelden beschouwen als in het brandpunt der lichamen gelegen te zijn, terwijl uit de bekende ligging van het brandpunt in verschillende gevallen dan verder de gevraagde verhouding der brekingsindices wordt afgeleid.

Zij weer m de index van het omringende medium, n de index van den bol.

Voor $m > n$ ligt het brandpunt onder het middelpunt, voor $m < n$ er boven.

Wanneer het verschil tusschen m en n niet groot is, dan ligt het brandpunt buiten den bol, in het tegenovergestelde geval er binnen. De juiste voorwaarden zijn, dat het voor $m < n < 2m$ reëel boven den bol, en voor $\frac{2}{3}m < n < m$ vir-

tueel er onder ligt; en verder, dat voor $n < \frac{2}{3} m$ het brandpunt binnen den bol onder het middelpunt, doch voor $n > 2m$ binnen den bol boven het middelpunt gelegen is.

De hier gegeven nadere bepaling van de ligging van het braudpunt wordt zeer gemakkelijk uit (25) gevonden door volgens (9) $\frac{m r}{n - m}$ te substitueeren voor $f_1 = g_2$, en $\frac{n r}{n - m}$ voor $f_2 = g_1$; er komt dan:

$$b_2^f = \frac{r (2 m - n)}{2 (n - m)}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (82)$$

welke formule den afstand van 't brandpunt van den bol tot het laatste scheidingsvlak aangeeft.

Uit die betrekking blijkt vooreerst, dat het brandpunt reëel is voor $m < n < 2m$, want alsdan is de breuk positief; ook ziet men er uit, dat het voor $n < m$ of voor $n > 2m$ virtueel is. Een virtueel brandpuut kan boven en onder het mediane vlak, in en buiten den bol liggen. Schrijven we nu voor (82): $-\left\{r + \frac{n r}{2 (m - n)}\right\}$, dan zien we, dat, bij $n < m$ het brandpunt binnen den bol zal liggen voor $\frac{n}{2 (m - n)} < 1$, dus voor $n < 2 (m - n)$, of voor $n < \frac{2}{3} m$; bij $n > 2m$ valt het steeds binnen den bol. We hebben dus ten slotte:

Betrekking tusschen n en m.	Ligging van het brandpunt.	Brandpunt reëel of virtueel.
$n < \frac{2}{3} m$	onder het middelpunt, in den bol	virtueel.
$\frac{2}{3} m < n < m$	onder den bol	virtueel.
$m < n < 2m$	boven den bol	reëel.
$2m < n$	boven het middelpunt, in den bol	virtueel.

§ 81. Wanneer microscopische lichamen zeer zuiver bolvormig en zeer doorschijnend zijn, dan zijn ook de beelden, die zij van vóór den microscoop gelegen voorwerpen, nagenoeg ter hoogte van het focaalvlak ontwerpen, zeer zuiver, vooral wanneer hierbij de platte spiegel voor de verlichting wordt gebruikt. Gemakkelijk overtuigt men zich hiervan bijv. door middel van luchtbelletjes in water of in eenig ander vocht.

Wanneer nu zoo'n bolletje een beeld ontwerpt van een voorwerp van bekende grootte (bijv. van de vensteropening waarop de spiegel is gericht), en als de brekingsindex van het medium waarin zich het bolletje bevindt, en de verhouding der grootten van den straal van het bolletje en van het beeld van eenigen lineairen afstand in het voorwerp bekend zijn, dan

heeft men voldoende gegevens om den index van den bol af te leiden.

De verhouding der lengten van den straal van den bol en van het door dezen laatsten ontworpen beeld bepaalt men gemakkelijk door op het diaphragma in het oculair (zie pag. 112) een zoogenaamden oculair-micrometer te leggen. Wanneer de oculair-lens zich met betrekking tot het waarnemende oog op den juisten afstand van de micrometer-verdeeling bevindt, dan ziet men gelijktijdig het microscopische veld en het beeld der verdeeling, en kan dus afleiden hoeveel streepjes van den micrometer met den straal van den bol en met den bedoelden lineairen afstand overeenstemmen, waaruit dan terstond het gewenschte verhoudingsgetal volgt.

Is nu eenige lineaire afmeting van het voorwerp, waarvan men het beeld waarneemt, v'_1, zijn afstand tot den bol λ, de index van den bol n, die van de omgevende vloeistof m, en de verhouding van den straal van den bol en van het beeld der bovengenoemde lineaire afmeting p, dan is:

$$\text{voor } m < n: \quad n = \frac{2\lambda m^2}{2\lambda m - v'_1 p}, \quad \ldots\ldots \quad (83)$$

$$\text{en voor } m > n: \quad n = \frac{2\lambda m^2}{2\lambda m + v'_1 p} \quad \ldots\ldots \quad (84)$$

Omgekeerd kan men op dezelfde wijze, door middel van een bol met bekenden brekingsindex, dien van de omgevende vloeistof bepalen [1]) door de formules:

---

1) Bij zorgvuldige bepalingen kan men op deze wijze zeer goed twee decimalen nauwkeurig verkrijgen. Geheel nauwkeurig zouden de uitkomsten natuurlijk alleen kunnen zijn, wanneer de voor de afleiding der vergelijkingen (83)—(86) gebezigde formules ook voor wijdere invallende lichtkegels golden, wat echter niet het geval is. — Bij het bepalen van de brekingsindices van vloeistoffen door luchtbellen heeft men dikwijls last, 1° dat de luchtbellen door haar geringe zwaarte in de vloeistof opstijgen en aan de ondervlakte van het dekglas afgeplat worden, 2° dat de lucht in de vloeistof oplost, zoodat de bellen gedurende de bepaling al kleiner en kleiner worden. Om aan het eerste bezwaar tegemoet te komen mengt men de vloeistof met een zeer fijne, draderige stof (katoen, wol, asbest, enz.); er worden dan bijna altijd eenige luchtbellen voldoende zwevende gehouden. Om het tweede bezwaar zoo min mogelijk schadelijk te doen zijn, moet men ten eerste de metingen voor één bepaling snel achter elkander verrichten, ten tweede de lengte van den straal van

$$m = \tfrac{1}{2} n + \sqrt{\tfrac{1}{4} n^2 - \frac{n v'_1 p}{2 \lambda}}, \text{ voor } m < n \quad . \; . \; . \; (85)$$

$$m = \tfrac{1}{2} n + \sqrt{\tfrac{1}{4} n^2 + \frac{n v'_1 p}{2 \lambda}}, \text{ voor } m > n \quad . \; . \; . \; (86)$$

De hier gegeven formules zijn weer uit bekende zaken gemakkelijk af te leiden. Uit § 80 pag. 160 weten we, dat de afstand van het brandpunt van een bol tot het laatste grensvlak $= \frac{r(2m - n)}{2(n - m)}$: van het middelpuut af gerekend zal die afstaud dus zijn: $\frac{r(2m - n)}{2(n - m)} + r = \frac{n r}{2(n - m)}$, en daar bij een bol in het middelpuut de hoofdvlakken samenvalleu, geeft:

$$\phi = \frac{n r}{2(n - m)}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (87)$$

zooals ook uit (26) niet moeielijk te berekenen valt, den hoofdbrandpuntsafstand aan.

Door (29) weten we verder, welke de verhouding is der lineaire afmetingen v_1 van een voorwerp, en v_3, van het door den bol daarvan ontworpen beeld. Men neme hierbij echter in acht, dat als voorwerp voor het bolletje niet het voorwerp zelf optreedt (dus bijv. de vensteropening), maar het laatste der door de grensvlakken van het voorwerpglas door bemiddeling van den spiegel daarvan gevormde beelden. Wanneer men nu slechts den platten spiegel gebruikt, dan heeft althans deze geen invloed, want het daardoor gevormde beeld is evengroot als het voorwerp, en ligt (virtueel) evenver onder het spiegelvlak, als het voorwerp zelf er vóór lag; wèl echter is de breking aan de grensvlakken van het objectglaasje van invloed, en dat wel niet op de grootte van het beeld, dat door de bedoelde brekingen voor het object wordt in de plaats gesteld (vgl. § 70 pag. 139), maar op zijn afstand, want deze wordt nu $m \lambda$, in plaats van λ.

Voor (29) krijgen we dus:

$$\frac{v_1}{v_3} = 1 - \frac{m \lambda}{\phi},$$

of:

$$\phi = \frac{m \lambda}{1 - \frac{v_1}{v_3}}.$$

In deze formules zijn v_1 en v_3 symbolen voor getallen met hun teekens (vgl. § 7, pag. 12). Willen we dus voor $\frac{v_1}{v_3}$ de numerieke waarden v'_1 en v'_3 van v_1 en v_3 in de plaats stellen, dan moeten we daarvoor nemen $\frac{v'_1}{v'_3}$ als ϕ negatief is (want dan

---

't luchtbelletje vóór en ná de meting van het beeldje bepalen en hiervan de middelwaarde gebruiken, en ten derde eerst het gemiddelde van een grooter aantal bepalingen als den gezochten brekingsindex beschouwen. De verschillen tusschen opvolgende bepalingen geven hierbij van zelf een aanduiding voor de betrouwbaarheid van elke waarneming in het bijzonder.

hebben beeld en voorwerp hetzelfde teeken), doch $-\frac{v'_1}{v'_3}$ als ϕ positief is (want dan zijn de bedoelde teekens tegengesteld). We hebben dus, wanneer $m < n$:

$$\phi = \frac{m\lambda}{1 + \frac{v'_1}{v'_3}},$$

terwijl voor $m > n$:

$$\phi = \frac{m\lambda}{1 - \frac{v'_1}{v'_3}}.$$

Door gelijkstelling dezer waarden van ϕ met de in (87) uitgedrukte, krijgen we na oplossing van n:

$$n = \frac{2m^2\lambda}{2m\lambda \mp r\frac{v'_1}{v'_3} - r};$$

wanneer we hierin r, als zijnde zeer klein ten opzichte van $2m\lambda \mp r\frac{v'_1}{v'_3}$ weglaten, en p schrijven voor $\frac{r}{v'_3}$, dan komt er:

$$n = \frac{2m^2\lambda}{2m\lambda - v'_1 p}, \text{ als } m < n;$$

$$n = \frac{2m^2\lambda}{2m\lambda + v'_1 p}, \text{ als } m > n.$$

Ter bepaling van m uit n krijgt men verder uit deze vergelijkingen, door ze volgens m op te lossen:

$$m = \tfrac{1}{2}n \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}n^2 - \frac{n v'_1 p}{2\lambda}}, \text{ voor } m < n,$$

$$m = \tfrac{1}{2}n \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}n^2 + \frac{n v'_1 p}{2\lambda}}, \text{ voor } m > n.$$

Zooals men gemakkelijk inziet, voldoet bij de laatste vergelijking alleen het plusteeken. Bij de eerste kan ook het minteeken voldoen; voor dit geval zou echter $m < \frac{1}{2}n$ zijn, en daar dit zelden of nooit voorkomt, kan men in de praktijk meest met het plusteeken volstaan.

Holle bol en holle cylinder.

§ 82. Wanneer in den dubbelen bol (daar bij bol en cylinder het beeld weer analoog is, spreken we in het vervolg alleen van een bol) de binnenste bol ontbrak, dan zou men bij voldoend verschil tusschen de brekingsindices weer het boven beschreven beeld krijgen, dat in 't centrum het meest lichtsterk, en naar de randen toe donkerder is, voor zoover niet door de beschreven lichte ringen het buitenste deel van den schaduwrand

minder zwart wordt. Door de aanwezigheid van den binnensten bol wordt echter het beeld aanmerkelijk gewijzigd en de rand veel sterker verlicht, doordien sommige lichtstralen, die bij ongestoord verloop door de buitenste bol alléén, onder te groote helling zouden uittreden, om nog in het objectief te worden opgenomen, nu tegen den binnensten bol worden gereflecteerd, en na uittreding uit den bol wèl opgenomen kunnen worden en daarbij op den rand gericht zijn. Door den zeer verschillenden loop, dien de stralen bij dergelijke lichamen kunnen nemen, wordt dit geval zeer gecompliceerd, vooral daar een eenigszins strenge afleiding van het beeld toch niet te geven zou zijn, zonder ook met de intensiteit van verschillende stralen rekening te houden, wat buiten het bestek van dit leerboek valt. Wij willen ons daarom beperken tot de vermelding, dat de breedte van den lichten rand niet altijd de dikte van den wand van den hollen bol behoeft aan te geven [1]); in den regel reikt de schaduwrand over de binnenste grenslijn van den wand heen; alleen wanneer de holle bol in een vloeistof van nagenoeg gelijken brekingsindex lag, als de wandstof bezit, zou de gewone onderstelling dat de holte, het zoog. *lumen*, zoover reikt als de randschaduw, voor juist kunnen gelden.

§ 83. Een holle bol levert natuurlijk twee brandpunten: één, het eigenlijke brandpunt van den dubbelen bol, dat ontworpen wordt door stralen, die beide media hebben doorloopen, en één, dat alleen door het buitenste medium, dus door den wand van den hollen bol is gevormd. De ligging van het laatste is ons uit § 80 pag. 160 bekend. Die van het eerste kan gemakkelijk in algemeene formule worden gevonden, door (4) ter berekening van het beeldpunt viermaal achtereen op de grensvlakken van twee concentrische bollen toe te passen, waarbij men dan de eerste maal $l = \infty$ neemt. Voor den afstand van het definitieve beeldpunt tot het laatste brekende vlak vindt men ten slotte:

$$b_4 = -\mathrm{R} - \frac{n_1 n_2 \mathrm{R}\, r}{2\,[m\,\mathrm{R}\,(n_1 - n_2) - n_2\, r\,(n_1 - m)]}, \quad (88)$$

1) NÄGELI und SCHWENDENER, *das Mikroskop*, 2e Aufl., Leipzig, Engelmann, 1877, pag. 205.

waarin R en r de stralen van den grootsten en den kleinsten bol, en m, n_1 en n_2 achtereenvolgens de brekingsindices van het omgevende medium, van den wand en van de holte van den bol aangeven.

Wanneer de noemer der breuk in (88) positief is, dan ligt het brandpunt onder, is hij negatief, dan ligt dit boven het middelpunt. Wanneer men dus in de praktijk, ter verkrijging van het bedoelde brandpunt hooger moest instellen, dan voor de mediane doorsnede, dan zou:

$$m \mathrm{R} (n_1 - n_2) < n_2 r (n_1 - m), \quad \ldots \ldots \quad (89)$$

moest men lager instellen, dan was daarentegen:

$$m \mathrm{R} (n_1 - n_2) > n_2 r (n_1 - m). \quad \ldots \ldots \quad (90)$$

Wanneer wij ons bepalen tot het practisch meest voorkomende geval, dat n_1 de grootste brekingsindex is, dan ziet men gemakkelijk in dat voor $m \geq n_2$ steeds (90) geldt. Bevindt zich dus bij een hollen cylinder met sterker brekenden wand binnen en buiten hetzelfde medium, dan zal het focaal-vlak van het geheele stelsel onder de as van den cylinder liggen. Is daarentegen $m < n_2$ (en tevens weder $n_1 > n_2$), dan is 't van de betrekkelijke grootte van R en r afhankelijk, of het brandpunt boven of onder het middelpunt van een hollen bol liggen zal. Is bijv. $m = 1.3$, $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.4$, dan zal voor $\mathrm{R} = 6$ en $r = 2$ het brandpunt onder, doch voor $\mathrm{R} = 6$ en $r = 4$ boven het mediaanvlak gelegen zijn.

Bij de afleiding van formule (88) krijgt men voor den beeldpuntsafstand bij evenwijdig invallende stralen ten opzichte van het eerste grensvlak (9):

$$b_1 = \frac{n_1 \mathrm{R}}{n_1 - m}.$$

Beschouwt men dit beeldpunt als lichtpunt voor het tweede grensvlak, dan krijgt men voor den afstand van het tweede beeldpunt tot het tweede brekende vlak:

$$b_2 = \frac{m n_2 r^2 - n_1 n_2 r^2 - m n_2 \mathrm{R} r}{m n_1 \mathrm{R} + m n_2 r - m n_2 \mathrm{R} - n_1 n_2 r};$$

evenzoo bij het derde grensvlak:

$$b_3 = -\frac{2 m n_1 \mathrm{R} r + m n_2 r^2 - m n_2 \mathrm{R} r - n_1 n_2 r^2}{2 m n_1 \mathrm{R} + m n_2 r - 2 m n_2 \mathrm{R} - n_1 n_2 r};$$

ten slotte voor den laatsten beeldpuntsafstand:

$$b_4 = \frac{2\,m^2\,n_1\,R^3 + 2\,m^2\,n_2\,R^2\,r - 2\,m^2\,n_2\,R^3 - m\,n_1\,n_2\,R^2\,r}{2\,m^2\,n_1\,R^2 + 2\,m^2\,n_2\,R\,r - 2\,m^2\,n_2\,R^2 - 2\,m\,n_1\,n_2\,R\,r},$$

waarvoor men in eenvoudiger vorm (88) kan schrijven.

Ook bij den dubbelen bol kunnen we de ligging van het brandpunt met betrekking tot de boven- en ondervlakte van den buitensten bol nader bepalen. We krijgen dan:

I. $m\,R\,(n_1 - n_2) > n_2\,r\,(n_1 - m)$.

Het brandpunt is virtueel en ligt onder het mediaanvlak.

$$a)\quad \frac{2\,m\,(n_1 - n_2)\,R}{n_1\,n_2\,r} - \frac{2\,(n_1 - m)}{n_1} > 1.$$

Het brandpunt ligt binnen den grootsten bol.

$$b)\quad 1 > \frac{2\,m\,(n_1 - n_2)\,R}{n_1\,n_2\,r} - \frac{2\,(n_1 - m)}{n_1} > 0.$$

Het brandpunt ligt onder den dubbelen bol.

II. $m\,R\,(n_1 - n_2) < n_2\,r\,(n_1 - m)$

Het brandpunt ligt boven het mediaanvlak.

$$a)\quad 1 > \frac{2\,(n_1 - m)}{n_1} - \frac{2\,m\,(n_1 - n_2)\,R}{n_1\,n_2\,r} > 0.$$

Het brandpunt is reëel en ligt boven den hollen bol.

$$b)\quad \frac{2\,(n_1 - m)}{n_1} - \frac{2\,m\,(n_1 - n_2)}{n_1\,n_2\,r} > 1$$

Het brandpunt is virtueel en ligt binnen den grootsten bol.

Het moge aan den lezer overgelaten blijven door in deze ongelijkheden $r = 0$ te nemen die van § 80 pag. 160 af te leiden.

Neemt men eindelijk $r = R$ en $n_2 = m$, dan wordt in (88) de breuk ∞. Nu ligt dus het brandpunt op oneindigen afstand, m. a. w. evenwijdig invallende lichtstralen gaan ongebroken door. Dat dit ook zoo zijn moest, is uit zich zelf duidelijk, want de beide bollen vallen nu samen en hun brekingsindex is gelijk aan dien van het omringende medium. In dit laatste vormen ze dus geen bijzonder brekend stelsel meer.

§ 84. De microscopische lichamen kunnen de tot nog toe beschreven vormen soms vrij zuiver vertoonen. En al is dit ook niet het geval, dan ziet men toch gemakkelijk in, dat kleine afwijkingen nog niet terstond essentiëele veranderingen in het beeld zullen opleveren.

Eenige andere vormen worden in de natuur als regel in meer onregelmatige gedaante aangetroffen, ofschoon ze nog zeer gemakkelijk tot bepaalde typen kunnen worden teruggebracht. Van

de tot deze categorie behoorende gevallen behandelen we nog in de volgende paragraaf de voornaamste.

Nog onregelmatiger vormen laten natuurlijk in 't geheel geen algemeene behandeling meer toe. Als dikwijls zeer nuttige practische regel moge voor deze alleen worden gezegd, dat men van aan elkaar grenzende deelen de betrekkelijke grootte der brekingsindices, ten minste bij de hoogste instelling waarbij het beeld nog scherp wordt gezien, meest evenals bij den staanden cylinder kan afleiden: het sterker brekende deel is dan blauw- of blauw-groenachtig, het minder brekende geel-roodachtig getint.

§ 85. Bij vlakke lamellen (bijv. celwanden) komt het veelal voor, dat er zich schotel- of sleufvormige verdiepingen in bevinden (fig. 37). Al hebben nu ook dergelijke uithollingen lang niet altijd een zuiveren lens- of cylindervorm, dan ziet men toch gemakkelijk in, dat op de plaats van zoo'n verdieping de lamel min of meer als een lens zal werken; wanneer dus, zooals in de praktijk bijna altijd 't geval is, de lamel sterker brekend is dan het omgevende medium, dan moet men na instelling op het bovenvlak den tubus naar beneden schuiven, om het bij die uithollingen behoorende virtueele focus door de gewone daarin plaats vindende lichtconcentratie te zien te krijgen.



Fig. 37.

Wanneer dergelijke uithollingen geheel doorloopen, en dus grootere of kleinere openingen worden, dan heeft men een geheel analoog verschijnsel. Stellen we toch dat O (fig. 38) een opening is in de lamel A′ B′, dan zal men wegens de geringe uitgestrektheid van A B de lichtstralen, die van één punt van het door den spiegel gevormde beeld van de lichtbron (bijv. de vensteropening, die in de beelden gemakkelijk aan het raam-

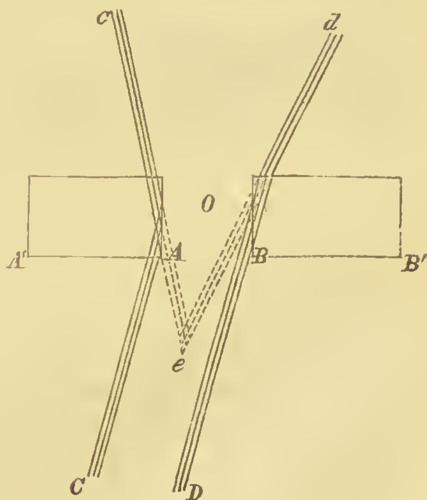


Fig. 38.

kruis te herkennen is) komen, als evenwijdige stralen mogen beschouwen. Zooals men nu gemakkelijk inziet, zal een invallend bundeltje D door breking in de membraan (de membraan weer sterker brekend ondersteld) als een dergelijk bundeltje *d*, maar van andere helling met de optische as, door de bovenvlakte uittreden. Iets dergelijks gebeurt op de in de figuur aangegeven wijze met het bundeltje C. Op de plaats waar *c* en *d* elkaar kruisen (bij *e*) ontstaat dus een min of meer zuiver virtueel beeld van het lichtpunt, waar C en D van afkomstig zijn. Het ontstaan van een dergelijk beeldje is echter geenszins aan een zeer regelmatigen vorm van de opening O gebonden; en al werd ook het beeld diffuus, steeds zal men toch bij lagere instelling, ergens bij *e*, een lichtconcentratie waarnemen. —

Is een membraan aan de bovenzijde gegolfd (fig. 39), dan werken de stukken A B, B C, C D enz. bij afwisseling als min of meer zuivere positieve en negatieve lenzen. — Is zij geheel gegolfd (fig. 40) dan werken de stukken A B C D, C D E F enz. alle als negatieve lenzen (de lamel zelf weer sterker brekend ondersteld), wier brandpunten om den andere hooger en lager vallen. We leiden dit gemakkelijk af door dergelijke lichamen terug te brengen tot lenzen, waarvan de beide grensvlakken een zelfde krommingsmiddelpunt hebben (dus tot halve holle cylinders). Bij deze vallen toch, zooals men uit (22) gemakkelijk afleidt, de beide hoofdpunten in het gemeenschappelijk krommingsmiddelpunt der grensvlakken samen. Daar nu die krommingsmiddelpunten bij afwisseling op de lijnen *a b* en *c d* liggen, vallen dus ook de brandpunten bij afwisseling op de lijnen *e f* en *g h*, wanneer *a e* = *c g* de hoofdbrandpuntsafstand van een zoo'n lens A B C D is. De brandpuntsafstanden kunnen hier echter zeer groot, en daardoor practisch niet meer waarneembaar worden.



Fig. 39.

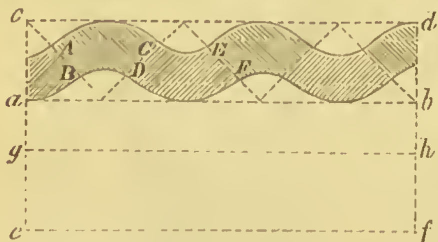


Fig. 40.

§ 86. Werpen we nog een blik op fig. 26 (pag. 144) dan zien we, hoe verschillend de wegen kunnen zijn, welke de lichtstralen doorloopen, die op één punt van het instellingsvlak gericht zijn, en die dus ook in de reëele beelden, welke door het optische stelsel van het instellingsvlak worden gevormd, in één punt zullen samenkomen. Wanneer we eenvoudigheidshalve eens slechts twee stralen beschouwen van een lichtkegel, welks toppunt in een punt van de optische doorsnede ligt, waarvoor is ingesteld, dan ziet men met behulp der genoemde figuren in, dat die twee stralen kunnen bestaan uit:

a. Twee stralen, die in het medium A D alleen zijn gebroken (men zie bijv. de stralen E F G H en I K G L met betrekking tot 't punt G in fig. 26).

b. Twee stralen, welke buitendien tegen een zijvlak als B D zijn gereflecteerd (zie bijv. de stralen, die 't punt P verlichten).

c. Eén straal welke door het medium A D alleen is gebroken, en één welke buitendien tegen een zijwand is gereflecteerd (men zie weer de stralen die P verlichten).

d. Eén straal, welke door A D alleen is gebroken, en één welke het buitenste medium vrij heeft doorloopen (men zie bijv. een punt van het ondervlak als instellingsvlak, waarop een straal als T U is gericht).

e. Eén straal die in A D is gebroken en gereflecteerd, en één straal die het omgevende medium vrij heeft doorloopen (men zie bijv. een punt van het ondervlak als instellingsvlak, waarop een straal als P Q is gericht).

f. Eén straal, welke aan de buitenzij tegen een zijvlak is gereflecteerd, en één die het buitenste medium vrij heeft doorloopen (men zie bijv. een punt tusschen A en Y van het bovenvlak als instellingsvlak).

Hieruit ziet men in, dat de lengten der wegen, die de lichtstralen moeten doorloopen om een punt van het instellingsvlak of van een van diens reëele beelden te bereiken zeer verschillend zullen kunnen zijn; hierdoor is 't tevens duidelijk, dat ze bij hun samenkomst phase-verschillen zullen kunnen hebben, en op verschillende wijzen zullen kunnen interfereeren.

Inderdaad komen, vooral evenwijdig aan de omtrekken van

microscopische voorwerpen, afwisselend lichte en donkere strepen voor, die soms min of meer duidelijk zijn gekleurd, en die door dergelijke **interferentie-verschijnselen** worden teweeg gebracht (men zie bijv. de randen van luchtbellen).

Veelal kan het bezwaarlijk wezen op het eerste gezicht te beslissen, of dergelijke strepingen beelden van in het voorwerp voorhanden structuren zijn, dan wel of ze aan interferentie moeten worden toegeschreven. Meestal kan dit dan echter zonder groote bezwaren worden uitgemaakt, door het invallende licht op verschillende wijzen te varieeren (bijv. door de opening der invallende kegels te wijzigen, door min of meer scheef invallend licht te gebruiken, door verschillend gekleurde lichtsoorten, bijv. rood en blauw, aan te wenden). Wanneer het hierbij blijkt, dat die strepingen met den aard of met de richting van het invallende licht veranderen, dan moeten ze aan interferentie worden toegeschreven.

RESUMTIE VAN HOOFDSTUK V.

Het zien door den microscoop onderscheidt zich in 't algemeen in drie opzichten van het gewone zien: 1⁰ door de zeer geringe diepte van het veld, 2⁰ door den aard der verlichting, 3⁰ door het feit dat men monoculair ziet; een belangrijke nevenomstandigheid is verder, dat men bij het microscopiseeren van de hulp van andere zintuigen, in 't bijzonder van den tast, verstoken is.

Door de zeer geringe diepte van het veld moet de vorm der microscopische objecten worden geconstrueerd uit de lagen, die men er door veranderde instelling achtereenvolgens uit te zien krijgt. De lagen in het voorwerp, wier diepte men bij één instelling kan overzien, en die als 't ware langs optischen weg uit 't voorwerp gesneden zijn, noemt men *optische doorsneden*.

Daar bij den microscoop bijna altijd doorvallend licht wordt gebezigd, beoordeelt men bij het microscopische zien de objecten naar het licht dat ze doorlaten, in tegenstelling met 't dagelijksche leven, waar men de objecten kent door het licht dat ze terugkaatsen. De microscopische beelden zijn daarom in zekeren zin *schaduwbeelden*; tengevolge van de verschillende mate, waarin de objecten en hun deelen wijzigend op den gang der lichtstralen inwerken en deze absorbeeren, wordt echter niet alleen de omtrek der voorwerpen afgeteekend, maar ook wat daar binnen is gelegen; hierdoor zijn het in elk geval zeer hoog gedifferentieerde schaduwbeelden, en kan men ze eigenlijk beter met *positieve* beelden vergelijken, die tegen een helderen achtergrond worden gezien. Wegens de verlichting met doorvallende stralen kan de dikte der boven en beneden

de optische doorsnede in het object gelegen lagen (dus ook de dikte eener doorsnede) in hooge mate wijzigend op den aard, en vooral ook op de scherpte van het beeld inwerken.

Door bepaaldelijk hiervoor bestemde, doch weinig gebruikte binoculaire inrichtingen kan men door den microscoop ook *stereoscopisch* zien; alleen echter, zoolang een voldoende diepte van het veld het zien van iets lichamelijks mogelijk maakt. Bij het gewone monoculaire microscopiseeren is in 't beeld zelf geen aanleiding tot levendige stereoscopische voorstelling voorhanden. Deze treedt alleen dan nog min of meer op, als ten gevolge van nauwkeurige bekendheid met de soort der objecten, onafhankelijk van de eigenlijke waarneming zelf, reeds een levendige voorstelling van het waargenomen voorwerp aanwezig was. —

De afstand, waarop we in onze voorstelling het gezichtsveld zien, wordt beheerscht door onze kennis omtrent de werkelijke ligging van het object, en is onafhankelijk van den accommodatie-toestand van het waarnemende oog. —

Wanneer de voorwerpen door een dekglaasje bedekt zijn, dan wordt door den microscoop eigenlijk niet 't voorwerp zelf, maar het laatste door het dekglaasje daarvan gevormde beeld bezien. Van dat beeld zijn de laterale afmetingen steeds gelijk aan die van het voorwerp; de beeldlengte (of diepte) is gelijk aan de lengte van 't voorwerp maal de verhouding der brekingsindices van de media, die zich boven en onder het dekglaasje bevinden. — Ten gevolge van te wijde afbeeldende lichtkegels zijn de door de dekglaasjes gevormde beelden niet scherp; de definitieve beelden kunnen toch zuiver worden gezien, ten gevolge van de *correctie* der objectieven voor dekglasdikte, waarbij de bedoelde fouten in de beelden weer kunnen worden hersteld. —

Men ziet, zooals duidelijk is, beelden, doordien de lichtsterkte en de kleur van het veld in bepaalde punten door de objecten worden gewijzigd. Lichtkegels, welke een opening hebben gelijk aan die, welke van de punten van het veld uitstralen, wanneer daarin geen object voorhanden is, noemen we *normaal-bundels*. Die punten van het gezichtsveld, waarvan het licht, dat ze ontvangen en uitzenden, in 't geheel niet in aanraking is ge-

weest of komt met de in het veld gelegen voorwerpen, noemen we *vrije punten* van het veld; vrije punten van het veld zenden dus eveneens normaal-bundels uit. Punten van het voorwerp of van daaraan grenzende deelen van het veld kunnen sterker lichtkegels dan normaal-bundels afzenden; de meerdere stralen, die op dergelijke punten gerichte normaal-bundels versterken, noemen we *surplus-stralen.* —

De voorwerpen, wier beelden we iets nauwkeuriger nagingen, zijn: de staande cylinder, de liggende cylinder, de bol, de holle bol en de holle cylinder.

Bij een staanden cylinder is bij voldoenden openingshoek het beeld afhankelijk van het instellingsvlak (boven- of ondervlak), van de verhouding der brekingsindices, en van de opening der invallende lichtkegels. Wanneer de cylinder sterker breekt dan het omgevende medium, en als de invallende stralen niet sterker met de as hellen dan onder 45°, dan is het voor een bepaalde verhouding der brekingsindices mogelijk, dat, (afgezien van verlies door absorbtie en reflexie) al het licht, dat op den cylinder invalt, door de bovenvlakte uittreedt. De stralen, die op de ondervlakte zijn ingevallen, bewerken dan alléén reeds dat van de bovenvlakte normaal-bundels afstralen; het tegen de zijvlakte ingevallen licht versterkt deze met surplus-stralen, welke de normaal-bundels vergrooten. Wanneer de openingshoek van het systeem voldoende is om die wijdere bundels op te nemen, dan zou dus de bovenvlakte van den cylinder in grooter lichtsterkte dan het vrije veld moeten worden gezien. In de werkelijkheid zal een grooter lichtsterkte worden waargenomen, als door de bovenvlakte zóóveel surplus-stralen uittreden, dat het verlies, hetgeen het licht door absorbtie en reflexie in den cylinder heeft ondergaan, daardoor meer dan opgewogen wordt; àl het licht, dat op den cylinder is ingevallen, behoeft daartoe echter nog niet door het bovenvlak te zijn uitgetreden, alleen is dit voor een grooter lichtsterkte van die vlakte het gunstigste geval. — Wat het cylinderoppervlak méér uitzendt, is onttrokken aan het omringende gezichtsveld; vandaar dat men om den cylinder een donkeren rand ziet.

Wanneer zoo'n cylinder bij instelling op de bovenvlakte

sterker lichtend is, is bij instelling op de benedenvlakte zijn beeld juist donkerder, en is hij omgeven door een lichten rand.

Voor een minder brekenden cylinder zijn de beelden juist omgekeerd als voor een sterker brekenden: bij instelling op de bovenvlakte is hij donkerder, bij instelling op de ondervlakte is hij lichter dan het vrije veld; in het eerste geval is hij omgeven door een lichten, in het tweede door een donkeren rand.

Daar de grenshoek voor het roode en voor het blauwe gedeelte van het spectrum verschilt, zal, bij invallende stralen van een bepaalde helling de eene lichtsoort tegen een zijvlak gereflecteerd, de andere gebroken kunnen worden, zoodat een overmaat van de eene lichtsoort op de optische doorsnede van den cylinder, een overmaat van de andere op de aangrenzende deelen van het veld zal zijn gericht. Of hierbij de cylinder dan wel het aangrenzende veld bijv. blauwachtig zal schijnen, is afhankelijk van de brekingsindices (cylinder of aangrenzende medium sterker brekend), en van de instelling (op boven- of op ondervlak). —

Wanneer een optische doorsnede door de as van een cylinder of door het middelpunt van een bol gaat (we spreken in 't vervolg alleen van dezen laatsten), dan is in het centrum van het beeld de lichtsterkte gelijk of nagenoeg gelijk aan die van het vrije veld, terwijl zij naar den rand toe vermindert (*schaduwrand*). Dichter bij het centrum is de schaduwrand het lichtst (*halfschaduw*), verder naar den omtrek wordt hij (bij voldoend verschil tusschen de brekingsindices van den bol en het omgevend medium) geheel zwart (*volschaduw*); de schaduwrand wordt echter meestal door lichte ringen min of meer onderbroken, zoodat aan de peripherie de volschaduwrand het uiterlijk van een halfschaduw verkrijgt.

De schaduwrand is daarvan een gevolg, dat de lichtkegels die uit den bol treden, meer en meer met de optische as gaan hellen, naarmate ze op verder van 't middelpunt van den bol gelegen punten zijn gericht. Er zal dus steeds een kleiner deel van in den microscoop worden opgenomen; en als ze eindelijk zooveel hellen, dat geen hunner lichtstralen meer in het objectief treedt, dan zijn de punten van het instellingsvlak,

waarop die lichtkegels gericht zijn, donker (volschaduw-rand). De lichte ringen in den schaduwrand worden teweeggebracht door lichtstralen, die eens of meermalen aan de binnenzijde van de oppervlakte van den bol zijn teruggekaatst, en die daarna uittreden.

De schaduwrand is breeder, naarmate de indices van den bol en van de omgevende middenstof meer verschillen (hetzij het eene of het andere medium sterker breekt), en naarmate de angulaire opening van het systeem geringer is: de halfschaduw wordt breeder, naarmate de invallende lichtkegels wijder zijn, de volschaduw daarentegen, naarmate die kegels nauwer zijn.

Het onderzoek van het brekend vermogen van een bol met betrekking tot dat van het aangrenzende medium geschiedt door instelling op het focaal-vlak. Ligt dit boven het middelpunt, dan is de bol sterker brekend, ligt het er onder, dan is hij minder brekend dan de omringende stof. Bij zeer groot verschil der brekingsindices kan het brandpunt in den bol liggen, anders ligt het er buiten.

Wanneer de bolvormige media reeds zuiver gevormd zijn, dan leveren ze van buiten den mikroscoop gelegen voorwerpen (bijv. van de vensteropening) zeer scherpe beelden. Uit de bekende waarde van een lineaire afmeting van 't voorwerp (bijv. de lengte van een raamspijl), uit zijn afstand tot de voorwerptafel (via den spiegel), uit de verhouding der lengten van den straal van den bol en van het beeld van bedoelden afstand in het voorwerp, kan bij gebruik van den platten spiegel, als de index van den bol bekend is, die van het aangrenzende medium, of als deze bekend is, die van den bol worden afgeleid. —

Bij den hollen bol of bij den liggenden hollen cylinder kunnen de stralen, die tot de verlichting van één punt van een optische doorsnede bijdragen, een zeer verschillend verloop hebben gehad. Bij centrale instelling vertoont het beeld in den regel een lichten rand, die naar binnen door een schaduwrand wordt gevolgd, welke eindelijk weer in een lichter deel overgaat. De lichte rand behoeft in dikte niet met de dikte van den wand overeen te stemmen, en is zelfs meestal wat smal-

ler. — Bij deze lichamen leveren zoowel de rand alléén als het geheele lichaam een brandpunt, waarvan de ligging met betrekking tot de mediane doorsnede niet dezelfde behoeft te wezen. —

Vlakke membranen met min of meer onregelmatige holten of verdikkingen, werken ter plaatse der verheffingen of inzinkingen als lenzen, die bij instelling op het focaal-vlak min of meer zuivere beelden, of althans lichtconcentratie vertoonen. Geplooide lamellen kunnen als naast elkander gelegene, telkens om den andere in omgekeerden stand geplaatste cylinderlenzen worden beschouwd, waarvan de beide grensvlakken een zelfde krommingsmiddelpunt hebben. —

Indien lichamen in aard en stand al niet geheel met de hier behandelde gevallen overeenstemmen, zoo zijn deze toch in den regel voldoende, om ook andere beelden, ook van meer onregelmatige lichamen, althans in hoofdzaken te begrijpen. Een belangrijk practisch hulpmiddel is hierbij, dat men bij hoogste scherpe instelling bijna altijd uit de tinten tot de betrekkelijke grootte der brekingsindices van naast elkander gelegen deelen kan besluiten: het sterker brekende is dan blauw of blauw-groenachtig, het minder brekende geel-roodachtig getint. —

De lichtstralen, die op één punt van 't instellingsvlak gericht zijn, kunnen zeer verschillende wegen in het object en in het omringende medium afleggen, alvorens ze in dat punt of in een zijner reëele beelden samenkomen; ten gevolge van phaseverschillen zullen ze hierdoor tot verschillende interferentieverschijnselen aanleiding kunnen geven, die zich vooral in den vorm van strepingen evenwijdig aan den omtrek der objecten vertoonen. Wanneer dergelijke strepingen door wijzigingen in de verlichting veranderen, dan zijn zij langs dien weg ontstaan, en dan vormen ze dus geen beelden van werkelijk in het voorwerp voorhanden structuren.

E. ABBE. *Beschreibung eines neuen stereoskopischen Oculars, nebst allgemeinen Bemerkungen über die Bedingungen mikro-stereoskopischer Beobachtung.* Zeitschrift für Mikroskopie, 2er Jahrgang, Heft VIII, Berlin, Denicke's Verlag.

Dr. L. DIPPEL, *Das Mikroskop und seine Anwendung.* Zweite umgearbeitete Auflage, Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1883.

NÄGELI und SCHWENDENER, *das Mikroskop.* Zweite Auflage, Leipzig, Engelmann, 1877, vierter Abschnitt (pag. 186—247): Theorie der mikroskopischen Wahrnehmung.

E. GILTAY, *Het Collenchym.* Leiden, E. J. Brill, 1882, pag. 35—51 voor beelden van den staauden cylinder.

E. GILTAY, *Ueber die Lage des Brennpunktes resp. der Brennlinie der Doppelkugel oder des Hohlcylinders.* Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie und für mikroskopische Technik, herausgegeben von Wilh. Jul. Behrens, Band I, Heft 4, Braunschweig, C. A. Schwetschke u. Sohn. (M. Bruhn), 1884.

HOOFDSTUK VI.

Hulpwerktuigen.

OVERZICHT VAN HULPINRICHTINGEN EN HULPAPPARATEN. — MICROMETERS EN HUN GEBRUIK; SCHROEFMICROMETERS EN GLASMICROMETERS, VOORWERPTAFEL-MICROMETERS EN OCULAIRMICROMETERS. — CAMERA LUCIDA'S; STRALENGANG BIJ DE CAMERA LUCIDA NAAR ABBE. REGELING DER LICHTSTERKTE BIJ GEBRUIK DER CAMERA LUCIDA, AANPASSING AAN HET OOG VAN DEN WAARNEMER. BEPALING VAN DE VERGROOTING DOOR DE CAMERA OF DOOR ANALOGE INRICHTINGEN.

§ 87. Hulpwerktuigen zijn er vele en van velerlei aard. Men heeft apparaten, die bestemd zijn om het in gewone gevallen omgekeerde beeld recht te zien; *stereoscopische oculairen*, en tot hetzelfde doel bestemde *binoculaire microscopen*; zeer verschillende *verlichtingstoestellen*, die ten doel hebben, hetzij de opening van de invallende lichtkegels te vergrooten, of opvallende verlichting tot stand te brengen, of de objecten in gepolariseerd, wit, of in de kleuren der Newtonsche ringen getint licht te onderzoeken, of het gezichtsveld in monochromatisch licht gekleurd te doen zijn, of in het veld een klein spectrum te ontwerpen, of ook meerdere dezer zaken te vereenigen. Er zijn oculairen, die bestemd zijn om het van de objecten afstralende licht spectroscopisch te onderzoeken; er bestaan veelsoortige inrichtingen om microscopische praeparaten te photographeeren, en om de omtrekken van objecten op papier geprojecteerd te zien en deze te kunnen nateekenen; men wendt

verschillende *micrometers* aan om de grootte der microscopische voorwerpen te bepalen, en *goniometers* om de hoeken van kristallen te meten. Men gebruikt het *compressorium* om de voorwerpen met gemakkelijk te regelen kracht te kunnen samendrukken; *beweegbare objecttafels* om de beweging uit de vrije hand door een mechanische te vervangen; *verwarmbare voorwerptafels* om de objecten op een hoogere en reguleerbare temperatuur te brengen; en verder nog bijzondere objectdragers om de voorwerpen aan electrische stroomen, aan constante mate van vochtigheid (*vochtige kamers*), of aan bepaalde gassen (*gaskamers*) bloot te stellen.

De meeste dezer apparaten echter — waarvan de lijst gemakkelijk te vergrooten zou zijn — kunnen, hoe nuttig ze in bijzondere gevallen ook wezen mogen, althans voorloopig niet als van algemeene toepassing worden beschouwd, waarom ook hun behandeling in deze „Inleiding" kan worden gemist. Twee evenwel, de *micrometer* en de *camera lucida*, kunnen ook voor den beginner van te veel nut zijn, dan dat we ook deze zwijgend mochten voorbijgaan.

§ 88. De inrichtingen tot meting van microscopische voorwerpen, **micrometers** (van *μικρός*, klein, en *μετρέω*, ik meet), zijn van tweeërlei aard: *schroefmicrometers* en *glasmicrometers*.

Van schroefmicrometers zijn er weer twee soorten: *voorwerptafel-schroefmicrometers* en *oculair-schroefmicrometers*.

De **voorwerptafel-schroefmicrometer** bestaat uit twee, met boven elkaar gelegen openingen voorziene platen; hiervan is de onderste bestemd om zoodanig op de voorwerptafel van den microscoop te worden bevestigd, dat bedoelde openingen boven de diaphragma-opening komen te liggen, terwijl de bovenste, die het object draagt, door een zeer fijne micrometerbeweging over de onderste kan worden bewogen. De verschuiving, die de bovenste plaat bij beweging van de schroef ondergaat, kan op een meestal van nonius voorziene schaal worden afgelezen. Voor het gebruik van dit werktuig behoort in het oculair ter hoogte van het diaphragma een draad te zijn gespannen, waarop men de eigenlijke oculair-lens scherp moet

instellen. Wil men nu een voorwerp meten, dan wordt dit verschoven, totdat men in 't beeld ééne zijde er van juist tegen den oculair-draad ziet aanliggen, terwijl hierbij tevens de richting van den te bepalen afstand loodrecht op die van den draad, en evenwijdig aan die waarin de tafel verschoven kan worden, geplaatst moet zijn.

Men leest nu den stand van de schroef af, en verschuift deze zóó lang, totdat de andere zijde van het lichaam juist den draad aanraakt; het verschil der beide standen van den micrometer zal dan den afstand doen kennen, waarover het voorwerp is verschoven, welke afstand met de gezochte lengte overeenstemt. — Wegens hun hoogen prijs worden deze micrometers echter weinig gebruikt.

De **oculair-schroefmicrometers** laten bij goede constructie nog zuiverder meting toe dan de vorige. Ofschoon goedkooper, zijn echter ook deze nog te duur om algemeen te worden aangewend; hierom zullen we volstaan met 't aangeven van 't beginsel waarop deze werktuigen, en dat wel in 't bijzonder die van oudere constructie (daar deze 't eenvoudigste zijn) berusten. Bij die oudere modellen dan bevinden zich ongeveer ter hoogte van 't diaphragma in 't oculair twee evenwijdige draden, waarvan de eene vast is, en waarvan de ander door een micrometerschroef evenwijdig aan zich zelf kan worden verschoven. Wanneer nu bij verschillende systemen door middel van objecten van bekende grootte de werkelijke lengte van het voorwerp, dat men tusschen de oculair-draden bij afgelezen standen besloten ziet, empirisch bepaalt, dan ziet men in, hoe op deze wijze de waarde van de schaalverdeeling aan de micrometerschroef bekend is, en hoe men dan daardoor metingen verrichten kan. —

De door hun matigen prijs meest gebruikelijke, en toch voor alle gewone gevallen zeer voldoende micrometers, zijn de glasmicrometers. Men heeft hiervan weer twee soorten, **objectief-glasmicrometers** en **oculair-glasmicrometers**. De eerste bestaan uit voorwerpglaasjes, waarin een meest in honderd deelen verdeelde millimeter is gesneden. De laatste bestaan uit ronde stukjes glas, bestemd om in het oculair op het diaphragma te

worden gelegd; bij deze is de verdeeling veelal 5 m.M. lang, en bestaat dan uit vijftig gelijke deelen.

Er bestaan bepaalde oculairen, *micrometer-oculairen*, die bestemd zijn om den oculair-micrometer op te nemen; ze hebben 't gemak dat de eigenlijke oculair-lens er in kan worden op en neer geschoven, en dat dus de afstand van deze tot den micrometer naar 't oog van den waarnemer gemakkelijk kan worden geregeld. Meestal echter kan ook bij gewone oculairen de bovenste lens op den micrometer worden ingesteld, door draaiing van de schroef, in welke die lens is gevat; is dit nog niet voldoende, dan kan men zich altijd helpen, door op het oculair een gepaste lens te plaatsen.

Hun wijze van gebruik is zeer eenvoudig, en stemt overeen met die van de schroefmicrometers. Eens voor al bepaalt men hiertoe voor één of meer oculairen, en voor al zijn objectieven, de waarde van één verdeeling van den oculair-micrometer, wat op dezelfde wijze geschiedt, zooals men ook voor een oculair-schroefmicrometer de waarde waarde van een verplaatsing van één der oculair-draden bepalen zou. Met behulp van een object van bekende grootte, waartoe de objectief-micrometer dient, gaat men eenvoudig na, hoeveel verdeelingen van den oculair-micrometer overeenstemmen met een bekende lengte in het object, en vindt dan door een deeling de gezochte waarde. De waarde stemt dan dus overeen met de werkelijke lengte, die een voorwerp heeft, wanneer zijn grenzen in het reëele beeld juist tusschen twee opeenvolgende verdeelingsstrepen van den oculair-micrometer passen, en dus ook in het definitieve virtueele beeld onder denzelfden gezichtshoek als één zoo'n verdeeling worden gezien.

§ 89. Inrichtingen om de omtrekken van microscopische voorwerpen na te teekenen, zoog. **camera lucida's**, zijn er vele.

Ten einde een beeld te verkrijgen van haar werking, willen we deze in 't bijzonder van één, die op 't oogenblik zeker wel de beste is, nam. de camera lucida naar Abbe, nader beschouwen.

De inrichting van het wertuig is eenvoudig. Met de holte *a b* (fig. 41) wordt het boven op het oculair geplaatst, en dan

door de schroef S aan den oculair-rand vastgeklemd; bij P bevinden zich twee kleine glas-prisma's, waarvan het in de figuur aangeduide zijvlak, volgens hetwelk zij tegen elkaar zijn geplaatst,

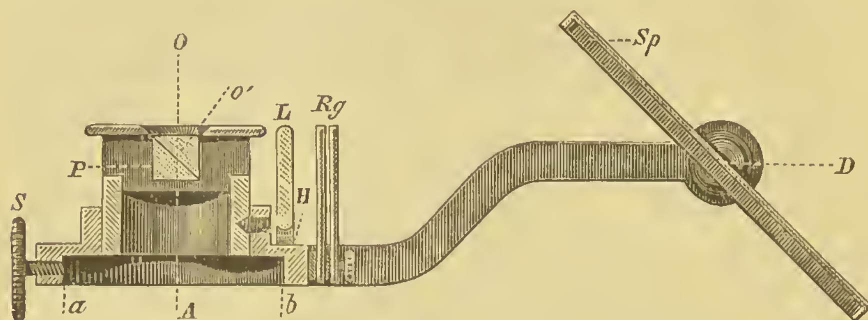


Fig. 41.

tot een spiegelend vlak is verzilverd, behalve in het midden bij *o*′, waar een kleine opening is gebleven; S*p* is een glasspiegel, welke bij D om een loodrecht op 't teekenvlak gerichte as kan draaien. Twee verdere inrichtingen, die evenwel op nevenzaken van de werking betrekking hebben, en wier bespreking we daarom tot het laatst uitstellen zijn: een hulsel, dat een lens L kan opnemen, en een paar rookglaasjes R*g*, die naar verkiezing naar beneden kunnen worden gedraaid, of, zooals in de figuur, vóór het lenshulsel kunnen worden geplaatst.

Zooals men uit de gegeven beschrijving reeds zal hebben begrepen, dient de opening bij *o*′ om het uit den microscoop tredende licht door te laten, en de deze omgevende spiegelende oppervlakte, om de van den glasspiegel S*p* komende lichtkegels, althans ten deele, eveneens in het oog te werpen. Wanneer dan de spiegel S*p* den in de figuur aangegeven stand heeft, dan ontvangt een waarnemend oog gelijktijdig een beeld van het microscopische veld, en van het onder den spiegel S*p* gelegen tafelvlak.

De opening bij *o*′ is met opzet klein genomen, om aan de lichtkegels, die van den glasspiegel komen, slechts een klein deel te onttrekken, en dus het verkrijgen van een lichtsterk beeld van het onder den spiegel S*p* geplaatst teekenvlak mogelijk te maken. Wellicht zal men meenen, dat die geringe afmetingen

van opening o' tevens oorzaak moesten zijn, dat van het uit den microscoop getreden licht maar een klein deel wordt doorgelaten, zoodat het microscopische beeld zeer donker zou wezen. Deze camera is echter zoo geconstrueerd, dat de opening juist op die plaats valt, waar bij het oculair n°. 2 van ZEISS de uit den microscoop tredende lichtbundel het meest gecontraheerd is, dus ter plaatse van de uittredingspupil (zie pag. 108). Hierdoor is niettegenstaande de nauwe opening toch ook het microscopische beeld lichtsterk, ten minste als men van oculair 2 gebruik maakt; bij gebruik van hoogere oculairen wordt het gezichtsveld lichtzwakker en kleiner, zooals men uit het feit, dat bij deze de uittredingspupil lager of hooger ligt, gemakkelijk zal kunnen verklaren.

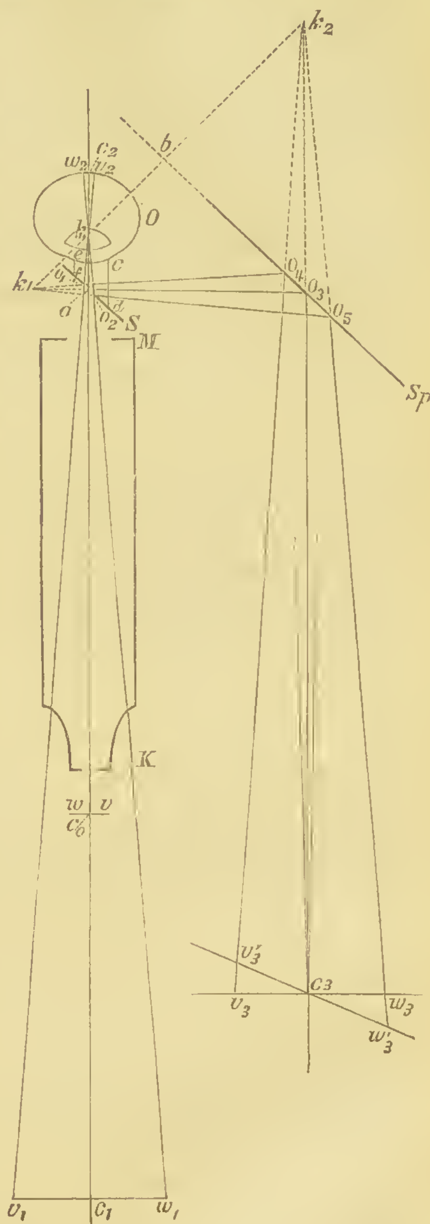


Fig. 42.

§ 90. Beschouwen we nu den stralengang wat nader. Zij M K (fig. 42) de tubus van den microscoop, S het spiegelende verzilverde vlakje, Sp de glazen spiegel; beide spiegelvlakken worden ondersteld 45° met de optische as van den microscoop te hellen. Onderstellen we verder dat O een waarnemend oog is, waarin bij k het punt der samengevallen knooppunten (zie pag. 41) ligt, en nemen we aan, dat het geaccommodeerd is voor den afstand $k\,c_1$, waarop zich het virtueele, door den microscoop van een lijn $v\,w$ ge-

vormde beeld bevindt. De beide gezichtsstralen (pag. 41) $v_1 k$ en $w_1 k$ geven dan de grenzen van het retina-beeld $v_2 w_2$ aan. Door middel van reflexie tegen de spiegels worden nu echter ook van terzij van den microscoop gelegen voorwerpen beelden op het netvlies gevormd; er zou zich daar dus een andere lijn kunnen bevinden, waarvan het netvliesbeeld het beeld $v_2 w_2$ geheel bedekte. Om de grootte en de juiste ligging van deze te bepalen, willen we voor een oogenblik aannemen, dat zich in het spiegelvlak S geen opening bevond, dat het netvliesbeeld lichtend was, en ons dan de vraag stellen, waar ergens terzij van den microscoop door bemiddeling der beide spiegels een beeld van $v_2 w_2$ zou ontstaan.

We volgen hiertoe het in de richting der gezichtsstralen $v_2 k o_1$, $c_2 k o$ en $w_2 k o_2$ uittredende licht. Na reflexie tegen S zullen deze stralen op een punt k gericht zijn, dat evenver achter den spiegel ligt, als k er vóór. Daar de spiegels een hoek van 45° met de as maken, zal de straal $c_2 k o$, die volgens de as invalt, loodrecht op deze worden gereflecteerd.

Dezelfde constructie hebben we bij den spiegel S_1 slechts te herhalen. Na reflexie tegen dezen zijn dus de stralen $o o_3$, $o_1 o_4$, en $o_2 o_5$ op een punt k_2 gericht, hetgeen zoodanig is gelegen, dat $k_2 b = k_1 b$, en dus $k_2 o_3 = k_1 o_3$.

We ondersteldeu dat het oog geaccommodeerd was voor een afstand $k c_1$. Het beeld van de lichtend gedachte lijn $v_2 w_2$ zal dus ook terzij van den microscoop op een afstand gelijk $k c_1$ vallen. Stel dat $v_3 w_3$ op dien afstand gelegen is, dan is dus $k o + o o_3 + o_3 c_3 = k_2 c_3 = k c_1$. De buitenste gezichtsstralen $v_2 k o_1 o_4 v_3$ en $w_2 k o_2 o_5 w_3$ snijden de aan het netvlies geconjugeerde vlak in de punten v_3 en w_3; dus is $v_3 w_3$ de grootte van het aan $v_2 w_2$ geconjugeerde beeld.

Ten einde voor de constructie van dit laatste ongestoord den gang der gezichtsstralen te kunnen volgen, ondersteldeu we, dat in het spiegelvlak S geen opening was. Het is echter ook duidelijk, dat deze in de werkelijkheid op de grootte en op de plaats van het beeld geen invloed zal uitoefenen; het eenige wat zij bewerkt, is, dat een aan de wijdte der opening beantwoordend deel der lichtkegels niet wordt gereflecteerd, en dus ook niet bij de beeldvorming werkzaam is.

Door te onderstellen dat de punten van het netvlies lichtend waren, hebben we dus gevonden, dat het netvlies en $v_3 w_3$ geconjugeerde vlakken zijn, en verder, dat in die vlakken v_2, c_2, w_2 en v_3, c_3, w_3 geconjugeerde punten zijn. Omgekeerd zullen dus ook stralen, welke van punten van $v_3 w_3$ afkomstig zijn, in punten tusschen v_2 en w_2 van het netvlies tot vereeniging worden gebracht.

Plaatst men dus ter hoogte van $v_3 w_3$ een lei, waarop men met wit krijt schrijft, dan zal het waarnemende oog te gelijk die lei en de krijtpunt scherp kunnen zien. Wordt dan de krijtstift over de lei van v_3 naar w_3 getrokken, dan zal 't oog het krijt zich langs de lijn $v_1 w_1$ zien bewegen, zoodat deze op de lei wordt afgeteekend.

§ 91. In het behandelde geval was het object $v w$ een rechte lijn, en dus evenzoo de teekening $v_3 w_3$.

Zal echter die teekening wel altijd aan het voorwerp of aan het daarvan ontworpen netvliesbeeld gelijkvormig zijn?

Men krijgt daaromtrent het spoedigst een denkbeeld, als men zich als object een cirkel denkt. Nemen we bijv. het door een cirkel begrensde gezichtsveld, en onderstellen we, dat $c_0 v$ er de straal van is.

Wanneer nu de krijtstift weer aldus wordt bewogen, dat het waarnemende oog haar steeds met de grens van het veld ziet samenvallen, dan volgt zij de doorsnijdingsfiguur van het teekenvlak (de lei) met den bundel gezichtsstralen, die men zich uit de grenslijnen van het netvliesbeeld door het knooppunt getrokken, en als lichtstralen tegen de beide spiegelvlakken gereflecteerd kan denken. In dit geval vormen die gezichtsstralen een rechten cirkelvormigen kegel, welke in het vlak van teekening door de lijnen $k\, o_1\, o_4\, v_3$ en $k\, o_2\, o_5\, w_3$ begrensd wordt.

Het teekenvlak staat hier loodrecht op de as $k_2\, o_3\, c_3$ van dien kegel, en wordt dus door dezen volgens een cirkel gesneden; de vormen van teekening en voorwerp stemmen dus weer overeen. Doch stellen we eens, dat de spiegel S p niet evenwijdig aan het andere spiegelvlakje gesteld was, of ook, dat wel de spiegels evenwijdig stonden, maar dat het teeken-

vlak bijv. volgens $v'_3 w'_3$ helde, dan zou de as $o_3 c_3$ niet meer loodrecht op het teekenvlak staan. De kegel gezichtsstralen zou dan het teekenvlak niet meer volgens een cirkel, maar volgels een ellips snijden; het krijt zou dan het gezichtsveld, en evenzoo alle andere cirkels die men zich in het veld getrokken denkt, niet volgens een cirkel, maar volgens een ellips afteekenen [1]).

Wil men dus met de camera naar ABBE op een evenwijdig aan de tafel geplaatst vlak teekenen, dan moet de spiegel Sp onder 45° met de optische as hellen. —

Er zijn ook camera's, bij welke een met den spiegel Sp in fig. 41 te vergelijken reflexie-vlak onder een anderen hoek met de as van den microscoop helt. In het bijzonder is dit het geval bij die instrumenten (zooals bijv. bij de camera naar NACHET) waar de reflexie-vlakken dicht bij elkander liggen. Wanneer nu aan den spiegel Sp (fig. 41) niet een zoodanige helling gegeven werd, dat de door de as $o_3 c_3$ en de door het tafelvlak $c_3 w_3$ gevormde hoek stomp was, dan zou een groot deel van het teekenvlak, dat aan het netvliesbeeld van het gezichtsveld geconjugeerd is, samenvallen met die plaats op de tafel, waar de microscoop staat, zoodat dus het teekenvlak niet vrij zou zijn. Dergelijke camera's noemt men gewoonlijk camera's met scheeve projectie. Het is duidelijk, dat bij zulke het teekenvlak hellen moet, en wel zóóveel, dat een van het teekenvlak komende lichtstraal, die volgens de optische as in het oog treedt (in onze figuur de straal $c_3 o_3 o k$), volgens een richting loodrecht op het teekenvlak dit laatste verlaten heeft. Practisch kan men dezen stand vinden, door de helling van het teekenvlak zoo lang te wijzigen, tot het cirkelvormige gezichtsveld ook door een cirkel begrensd wordt afgeteekend.

Behalve de camera's naar ABBE en naar NACHET zijn er nog vele andere; van een nadere bespreking van deze kunnen we

---

1) Streng genomen zijn de lichtwegen van de punten v'_3 en w'_3 tot het netvlies ongelijk, zoodat deze ook niet tegelijk met v_1 en w_1 scherp zouden kunnen worden gezien. Wanneer echter de helling van het teekenvlak slechts niet al te groot wordt, dan zal het onderscheid in de beeldscherpte der punten zoo gering zijn, dat het in 't geheel niet wordt waargenomen.

echter afzien. Wanneer men zich eerst van hun mechanische inrichting heeft op de hoogte gesteld, zal hun werking na het boven behandelde gereedelijk worden begrepen.

§ 92 Nu we den algemeenen stralengang bij gebruik der camera hebben nagegaan, kunnen we ons de vraag stellen, welke zaken op een gemakkelijk gebruik er van invloed zullen uitoefenen.

Bespreken we vooreerst de regeling der lichtsterkte van teeken- en gezichtsveld.

Stellen we dat het netvlies door de punten van het vrije veld geprikkeld wordt met een lichtsterkte ω (groot), en dat de lichtsterkte van een na te teekenen object klein zij, en wel δ.

Stellen we in fig. 43 door den grootsten cirkel den omtrek van het netvliesbeeld van het gezichtsveld, en door den kleinsten, dien van het beeld van het object voor. Zij de intensiteit van het beeld der lei δ' en die van de krijtstift ω' (groot); we moeten dan in fig. 44 het afzonderlijke netvliesbeeld van dat deel van de lei, dat aan het beeld van het gezichtsveld is geconjugeerd, door een cirkel, gelijk aan den grootsten in fig. 43, voorstellen. Door het gebruik der camera worden dan de beide beelden in fig. 43 en 44 gesuperponeerd (fig. 45) en

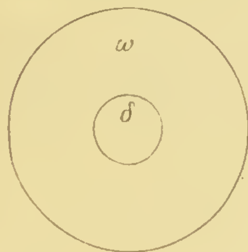


Fig. 43.

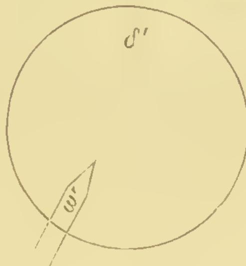


Fig. 44.

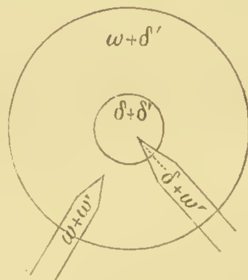


Fig. 45.

wordt een netvliesdeeltje ter hoogte van het vrije gezichtsveld geprikkeld door een lichtsterkte $\omega + \delta'$, en op de plaats van het voorwerpje door een lichtsterkte $\delta + \delta'$. Wanneer de teekenstift zich boven het vrije veld bevindt, is de lichtsterkte van haar netvliesbeeld $\omega + \omega'$, en boven het voorwerpje $\delta + \omega'$.

Bij het lichtzwakke voorwerp $(\delta + \delta')$ zal de teekenstift $(\delta + \omega')$ altijd voldoende sterk afsteken; wil men echter gemakkelijk

teekenen, dan moet — zooals de ondervinding ten duidelijkste leert, en zooals ook op zich zelf begrijpelijk is — ook op het vrije veld ($\omega + \delta'$) de teekenstift scherp zichtbaar zijn. Of dit het geval zal wezen, is afhankelijk van de betrekkelijke waarden van $\omega + \omega'$ en $\omega + \delta'$, en dus, daar δ' klein is, van ω en ω'. Is ω met betrekking tot ω' klein, dan is de stift ook op het vrije veld scherp zichtbaar; doch is ω groot in vergelijking tot ω', dan zal ω, dat is de lichtsterkte van het gezichtsveld in den microscoop, moeten worden verminderd, zooals dat dan ook feitelijk bij zwakkere systemen geschieden moet.

De lichtzwakte van het teekenveld maakt bij het gebruik der lei, dat het microscopische beeld door het teekenvlak zelf niet veranderd wordt; hierdoor is dit voor grovere zaken zeker de gemakkelijkste manier van teekenen, en daarom tot oefening vooral voor beginners aan te bevelen. Jammer maar, dat de krijtpunt zich niet scherp genoeg laat slijpen, om deze teekenwijze ook voor fijnere détails te gebruiken.

§ 93. Iets ingewikkelder wordt de zaak, wanneer men met zwart potlood op wit papier teekent. Daar nu het netvliesbeeld van het microscopische veld door een beeld van zeer merkbare lichtintensiteit wordt overdekt, wordt het microscopische beeld ook door het heldere papier zeer duidelijk gewijzigd.

Stellen wij de lichtsterkte van het beeld van het vrije gezichtsveld weer ω (fig. 46), die van het na te teekenen détail δ; noemen we evenzoo (fig. 47) de intensiteit van het beeld van



Fig. 46.

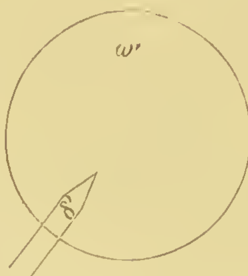


Fig. 47.

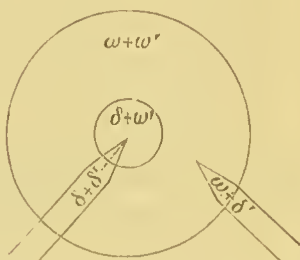


Fig. 48.

het teekenvlak ω', en die van het beeld der teekenstift δ', dan zal in het definitieve beeld het vrije veld de lichtsterkte $\omega + \omega'$,

het voorwerpje de intensiteit $\delta + \omega'$ verkrijgen. Boven het vrije veld is dan de lichtsterkte der teekenstift $\omega + \delta'$, en boven het voorwerpje $\delta + \delta'$.

Bij het détail zal dus ook hier de teekenstift voldoende afsteken; zal echter het détail gemakkelijk worden geteekend, dan moet ook op het vrije veld het potlood scherp zichtbaar zijn. Of dit het geval zal zijn, is ook hier weer afhankelijk van de betrekkelijke waarde van ω en ω'. Is ω met betrekking tot ω' zeer groot, dan zeker moet de lichtsterkte van het microscopische beeld weder worden verminderd. —

Men meent veelal, dat, wil men gemakkelijk kunnen teekenen, het microscopische veld dezelfde lichtsterkte moet hebben als het teekenvlak, en dat dus $\omega = \omega'$ moet wezen. Reeds uit theoretische beschouwingen volgt, dat dit niet waarschijnlijk is. De teekenstift zou in dat geval wel sterk bij het détail afsteken ($\delta + \delta'$ bij $\delta + \frac{\omega}{\omega'}$), doch niet zoo heel sterk bij het vrije veld ($\omega + \delta'$ bij 2ω), en is het waarschijnlijk dat een grootere waarde van ω', bijv. 2ω, beter zou voldoen (waardoor men zou krijgen de tegenstellingswaarden $\delta + \delta'$ bij $\delta + 2\omega$, en $\omega + \delta'$ bij 3ω). Dat werkelijk, wil men gemakkelijk teekenen, ω' grooter dan ω moet zijn, hiervan overtuigt men zich op de volgende wijze:

Men snijde een rond stukje carton van zoodanige grootte, dat het in het oculair past. Hiervan knipt men langs een middellijn de eene helft af, en legt die in het oculair op het diaphragma, zoodanig, dat de middellijn, waarlangs is afgeknipt, overeenstemt met een middellijn van de opening in het diaphragma; het stukje carton neemt dan de eene helft van het gezichtsveld weg, en laat de andere helft vrij. Men neemt nu een zwak objectief, bijv. AA. van Zeiss, en een praeparaat, dat niet zeer gemakkelijk is te teekenen, bijv. een dwarsche doorsnede door een eenigszins kleincellig weefsel. Men vermindert dan de lichtsterkte in den microscoop zóólang, totdat men gemakkelijk de omtrekken der cellen in de overgebleven helft van het veld op wit papier kan teekenen. Hierna schuift men het papier op zij, zoodat op het netvlies het beeld van het papier uitsluitend op het bedekte deel van het gezichtsveld-beeld

valt, en dus de rand van het papier samenvalt met de middellijn, welke het bedekte en het onbedekte gezichtsveld vaneen scheidt. Men kan dan onmiddellijk de helderheid van de afzonderlijke beelden van het vrije gezichtsveld en van dat van het papier vergelijken, en het blijkt dan steeds, dat het vrije gezichtsveld veel donkerder, en dus ω veel kleiner is dan ω'.

Aan den anderen kant mag ook de lichtsterkte van het teekenvlak met betrekking tot die van het veld niet àl te groot zijn, want dan zou het voorwerp $(\delta + \omega')$ niet sterk genoeg bij het vrije veld $(\omega + \omega')$ afsteken, ja zelfs ω' zou zoo groot kunnen zijn met betrekking tot ω, dat het verschil tusschen $\omega + \omega'$ en $\delta + \omega'$ geheel onmerkbaar bleef. Het voorwerpje zou dan onzichtbaar zijn geworden [1]).

Bij het gebruik van sterke vergrootingen, in het bijzonder

1) Een ieder zal wel hebben opgemerkt, dat het bij al onze zintuigen, wanneer een prikkel wordt verhoogd, afhankelijk is van de betrekkelijke waarde van den oorspronkelijken prikkel en de versterking er van, of wij van deze laatste iets bemerken. Is de versterking in verhouding tot den oorspronkelijken prikkel te gering, dan wordt zij door dezen „overstemd", zooals we met een beeld, meer in het bijzonder aan *één* onzer zinswaarnemingen ontleend, kunnen zeggen. Op zich zelf zou die versterking dan echter zeer goed waarneembaar kunnen zijn.

Zoo hooren we 's nachts door de groote stilte, die overal heerscht, geluiden, die overdag voor ons verloren gaan; de sterrenhemel, die we 's nachts helder kunnen zien flikkeren, is overdag geheel onzichtbaar, schoon er geen twijfel is, of de sterren overdag evenveel licht tot ons zenden als 's nachts. Hierop berust ook het gebruik van witte gazen gordijnen voor de ruiten, om de waarnemingen van onbescheiden blikken tegen te gaan. De lichtstralen, die uit het vertrek, tusschen de openingen van het gaas door, naar buiten gaan, zouden op zich zelf wel voldoende zijn, om een buitenstaand persoon het beeld van het vertrek te doen zien, doch men ontvangt dan tevens over dat lichtzwakke beeld heen, het zeer lichtrijke beeld van het sterk reflecteerende gordijn, hetwelk het inwendige van het vertrek geheel onzichtbaar doet zijn. —

Volgens E. H. Weber en G. Th. Fechner bestaat er bij alle zinswaarnemingen een merkwaardige betrekking tusschen den prikkel en de door deze veroorzaakte waarneming, welke luidt: De hoeveelheid, waarmede de sterkte van een prikkel moet toenemen, om een versterking van de waarneming ten gevolge te hebben, staat tot de sterkte van den oorspronkelijk voorhanden prikkel in een constante verhouding. Bij verschillende zinswaarnemingen is evenwel het verhoudingsgetal niet hetzelfde. Voor het waarnemen van druk is het bijv $\frac{1}{3}$, zoodat bij 3 gram 1 gram, bij 3 kilo 1 kilo zou moeten gevoegd worden, om een verschil in de door die gewichten teweeggebrachte drukking te voelen.

bij het teekenen van détails in donkere praeparaten of praeparaten-deelen, doet aldus het heldere teekenveld, ook bij volle lichtsterkte in den microscoop, het praeparaat of bepaalde deelen er van onzichtbaar worden.

In dergelijke gevallen moet men dus de lichtintensiteit van het teekenvlak verminderen kunnen.

Dit nu wordt steeds gemakkelijk tot stand gebracht door de rookglaasjes R*g*, welke vroeger, evenals in onze figuur, aan de camera waren bevestigd, en dan naar willekeur op den weg der lichtstralen konden worden geplaatst of naar beneden worden geschoven, doch die in nieuwe modellen ook wel los bijgegeven worden, en dan in een daarvoor bestemd hulsel kunnen worden gestoken.

In de praktijk bemerkt men dikwijls, dat men het gemakkelijkste teekent, als de potloodpunt zeer scherp zichtbaar is, en wanneer daartoe de lichtsterkte van het gezichtsveld in den microscoop zeer veel, *soms zeer merkbaar ten koste van de duidelijkheid van het microscopische beeld*, verminderd is. De verklaring van dit feit ligt naar mijn overtuiging grootendeels hierin, dat, naarmate de teekenstift sterker bij het veld afsteekt, des te gemakkelijker de accommodatie-toestand behouden blijft, die vereischt wordt, om het potlood scherp te zien Wellicht vraagt men nu, waarom het bewaren van een accommodatie-toestand hier moeite zou kosten, terwijl we in het dagelijksche leven daarvan niets merken; en verder, waarom niet evengoed door groote duidelijkheid van het microscopische beeld die accommodatie-toestand bewaard zou blijven, als door overwegende zichtbaarheid van de teekenstift. Het eerste zal men door het volgende nader inzien en met betrekking tot het laatste herinnere men zich, dat de totale diepte van het veld zeer gering is, zoodat de lagen in het voorwerp, die aan ver uit elkander liggende virtueele beelden beantwoorden, zóó dicht bijeen liggen, dat ze niet merkbaar verschillend zijn, zoodat men bij zeer verschillende accommodatie-toestanden, toch slechts hetzelfde beeld in den microscoop meent waar te nemen.

§ 94. Toen wij boven den gang nagingen, welke de lichtstralen bij het gebruik der camera van Abbe nemen, hebben wij eenvoudigheidshalve ondersteld, dat het in den microscoop ziende oog voor een betrekkelijk kleinen afstand was ingesteld; dat oog moest dus, wanneer het normaal was, accommodeeren, of anders moest het bijziende zijn. Wie echter aan het microscopiseeren gewend is, laat zijn accommodatie geheel, of nagenoeg geheel rusten (vgl. pag. 138). Voor een emmetroop oog bevindt zich dus het virtueele beeld, dat het in den micros-

coop beziet, op grooten afstand; wilde men onder deze omstandigheden teekenen, dan zou ook het teekenvlak op een daaraan beantwoordenden grooten afstand gelegen moeten zijn. Deze zaak geeft den sleutel tot het feit, dat zoovele personen bij het teekenen met de camera moeielijkheden ondervinden. Wanneer zij dit werktuig beginnen te gebruiken, zien zij veelal de teekenstift niet scherp; zijn zij door oefening zoo ver gekomen, dat dit wel het geval is, dan verliezen ze haar bij aanhoudend teekenen toch weer gemakkelijk uit het oog, en het blijft meestal een vermoeiende zaak zich lang onafgebroken van dit werktuig te bedienen; sommigen wennen ook nooit aan het gebruik er van. De oorzaak van dit alles is, afgezien van een gebrekkige regeling der lichtsterkten, 1° dat zij bij het gebruik der camera het papier betrekkelijk dicht bij zich moeten plaatsen, en dat dus het waarnemende oog moet accommodeeren, iets wat zij bij het microscopiseeren min of meer afgewend waren, en 2° dat bij het microscopische zien een belangrijke steun voor de accommodatie, de convergentie der gezichtslijnen naar het waargenomen voorwerp (vgl. § 34 pag. 47) wegvalt.

Men ziet nu gemakkelijk in, op welke wijze aan het beschreven bezwaar kan worden te gemoet gekomen.

Wanneer men emmetroop is, behoeft men slechts ergens op den weg, dien de lichtstralen van het papier tot het oog nemen, een lens te plaatsen, waarvan de brandpuntsafstand gelijk is aan de lengte van den weg, die de lichtstralen van het papier tot die lens voert. De van de teekenstift komende lichtkegels worden dan in evenwijdige bundels veranderd, en het oog ziet, ofschoon het zijn accommodatie laat rusten, de teekenstift volkomen scherp. Is men ametroop, dus myoop of hypermetroop, dan moet een lens worden aangebracht, welke de van het papier komende lichtkegels, na hun uittreden uit de lens, op een vlak doet gericht zijn, dat op den grootsten afstand van duidelijk zien, dus ter plaatse van het p. r. van het betreffende oog is gelegen.

§ 95. Keeren we tot goed begrip van het behandelde nog eens tot fig. 42 terug, en wel tot den in fig. 49 iets gewijzigden vorm.

Stellen we eerst, dat het waarnemende oog myoop is, met $R = k' c_4$ De lens L' (die eigenlijk bij L staat) [1]) zal nu moeten zorgen, dat de van $v_3\, w_3$ komende lichtkegels, na hun uittreden uit de lens, op een in c_4 zich bevindend vlak gericht zijn. Voor de lens L'(L) zullen dus c_3 en c_4 geconjugeerde punten zijn. Dit geval is in het rechtsche gedeelte der figuur in teekening gebracht.

Was daarentegen het waarnemende oog hypermetroop, met een p. r. in c_5, dan zouden voor de lens L(L') de punten c_3 en c_7 geconjugeerd zijn, zooals dit in het linker deel der figuur is aangegeven.

Noemt men nu l de lengte van den weg, die de stralen van een punt c_3 naar de lens L voert, en s de lichtweg van die lens tot het oog, dan vindt men door (52) gemakkelijk, dat de brandpuntsafstand F der lens L, die de van c_3 komende stralen na breking in de genoemde lens op het punctum remotum van het waarnemende oog gericht doet zijn, wordt bepaald door:

$$F = \frac{l\,(R - s)}{R - l - s}, \quad . \; . \; . \; (90)$$

waarin R, zooals we weten, den afstand van het p. r. aangeeft, en bij hypermetropen een negatieve waarde aanneemt. —

Fig. 49.

Is men dus emmetroop, dan moet de brandpuntsafstand van de aan te wenden lens gelijk zijn aan den afstand van de lens

1) Eenvoudigheidshalve is in fig. 49 bij den stralengang afgezien van de reflexie door de spiegels. Deze zou echter, evenals in fig. 42, aan de betrekkelijke ligging der lichtstralen niets veranderen, doch alleen de bundels een gebroken verloop geven. Ook hier is dus weer $k' o_3 = k o + o o_3$, terwijl ook verder $k' t' = k o + o t$.

tot het papier. Is men ametroop, dan moet men eerst zijn grootsten afstand van duidelijk zien bepalen, of zich dien door zijn oogarts laten aangeven; bovenstaande formules zullen dan den brandpuntsafstand van het vereischte glas doen kennen. —

Het zal bij de meeste camera's niet moeilijk zijn een dergelijke lens aan te brengen. Aan de camera naar Abbe, zooals die tegenwoordig door de firma Zeiss te Jena wordt afgeleverd, bevindt zich steeds een hulsel (zie fig. 41 pag. 183, bij L), dat voor de opname er van is bestemd. Zeer geschikt gebruikt men daartoe een brilleglas, dat men door een brillenmaker op de grootte van het hulsel laat snijden. Wanneer men den refractie-toestand zijner oogen kent, zal men, het in § 40 pag. 61 behandelde in aanmerking nemende, zelf het vereischte glas aan een instrumentmaker kunnen opgeven, hetzij volgens het dioptrieën-systeem, hetzij volgens het duim-systeem.

Wanneer de omgekeerde brandpuntsafstand niet juist met een der in den handel voorkomende brilleglas-nummers overeenstemt, dan zal het er 't dichtst bijkomende voldoende zijn. Ligt de waarde van $\frac{1}{f}$ ongeveer evenver van twee nummers af, dan kieze men steeds het zwakkere glas, wanneer het een positief, het sterkere, wanneer het een negatief glas is (algemeen uitgedrukt: men kieze het minder positieve glas, want een sterkere concave lens is een minder positief glas, dan een minder concave). Dit wordt hierdoor vereischt, dat, wanneer een lens te zwak is, men het er aan ontbrekende door een weinig accommodatie kan aanvullen, is deze echter te sterk positief, dan is in ons oog geen corrigens meer voorhanden. Men behoeft overigens bij het bepalen van de vermoedelijk benoodigde lens niet al te angstvallig te zijn, want de in den handel voorkomende brilleglazen hebben natuurlijk slechts bij benadering den brandpuntsafstand, dien zij volgens hun nummer hebben moeten. Ten slotte moet ook steeds de praktijk de toetssteen wezen voor de vraag, of het glas aan de bedoeling beantwoordt. Slechts zorge men vooraf zoo veel mogelijk, dat men geen te sterke lens krijgt; een kleine accommodatie-inspanning wordt veelal gemakkelijk verkregen, en kan zelfs, althans bij sommige personen, het teekenen verlichten.

Eén opmerking nog zal wellicht niet overbodig wezen.

De mensch is, zooals overbekend is, in hooge mate een slaaf van de gewoonte. — Wanneer men begint te microscopiseeren, valt het zeer moeielijk wegens de omkeering van het beeld, en dus ook van bewegingen van het objectglas, dit laatste juist en zeker te voeren. Is men evenwel eenmaal hieraan gewend, en werkt men dan eens met een praepareer-loupe, die het beeld recht laat, dan is het moeielijk het objectglas te bewegen, zooals men dit anders in het dagelijksche leven ieder oogenblik de voorwerpen doet. De omkeering der bewegingen was voor ons aan de bezigheid van microscopiseeren onbewust verbonden — *geassocieerd* (vgl. pag. 45) — geworden. — Zoo gaat het ook met de accommodatie. In den beginne is het microscopiseeren zeer vermoeiend; waarschijnlijk voor een niet gering deel ten gevolge van vrij sterke accommodatie-inspanning [1]). Na eenigen tijd echter leert men zijn accommodatie te ontspannen. Is men hiermede goed op streek, en wil men met de camera werken, dan kost de nu wèl vereischte accommodatie opnieuw moeite. Is men eindelijk ook hieraan gewend, en brengt men ten slotte aan de camera een inrichting aan, welke toestaat, d o c h o o k e i s c h t, dat men de vermoeiende accommodatie laat rusten, dan gebeurt het, dat men zich ook hiermede in den aanvang weder niet vereenigen kan. Men leert dit alles echter vrij spoedig. Slechts moet men niet te snel het door de berekening gevonden glas voor te sterk houden, zooals dit bijv. door een verkeerd bepaalden grootsten afstand van duidelijk zien het geval zou kunnen zijn. Toch zijn er personen,

---

1) Daar men weet, dat datgene wat men waarneemt, dichtbij is gelegen, schijnt men, wanneer men pas begint te microscopiseeren, het niet over zich te kunnen verkrijgen, zijn oog aldus in te stellen, als men gewend is te doen bij het bezien van een in de verte gelegen voorwerp. Vandaar ook dat beginners, als ze met het eene oog microscopiseeren, het andere niet open kunnen houden. Ten gevolge der accommodatie wordt dan in dit oog een min of meer s c h e r p beeld van de tafel op het netvlies ontworpen; in de voorstelling van den waarnemer wordt dit beeld over het microscopische beeld gesuperponeerd, en kan voor de waarneming van dit laatste zeer hinderlijk zijn. Laat men echter zijn accommodatie rusten, dan is het beeld van de tafel (en van den voet van den microscoop) zoo diffuus, dat men er niets bepaalds aan ziet, dat men er dus gemakkelijker van abstraheert, en het dus eenvoudig niet meer ziet.

Wanneer iemand, die aan microscopiseeren gewend is en daarbij zijn accommodatie rusten laat, wil zien, hoe lastig het bij het microscopiseeren is, om ook in het oog, dat niet in den tubus ziet, een s c h e r p beeld te ontvangen, dan heeft hij slechts de volgende eenvoudige proef te nemen. Hij plaatse zijn microscoop op een vlak, dat een scherp zichtbaar beeld kan leveren, bijv. een vel wit, beschreven papier. Kijkt hij nu bijv. met zijn rechteroog bij niet-accommodatie in den tubus, dan zal hij het microscopische beeld, daar 't opengehouden linkeroog slechts een diffuus beeld ontvangt, toch goed kunnen waarnemen; doch houdt hij nu voor het linker oog (dat wij hier emmetroop onderstellen) een lens, waarvan de brandpuntsafstand ongeveer gelijk is aan den afstand van dat oog tot het papier, dan wordt ook in dat oog het beeld scherp, en te gelijk hiermede het microscopische beeld onduidelijk.

Met het oog hierop is het ook rationeel, dat bij den arbeid de microscoop geplaatst is op een d o n k e r tafelvlak, en dat niet alleen de voorwerptafel, maar het geheele onderste deel van den microscoop (zooals bij statief no. I van Zeiss) zwart zij.

die er zich nooit aan kunnen wennen bij het microscopiseeren of bij het teekenen met de camera hun accommodatie te laten rusten. Bij dezulken zal het echter de moeite wel loonen eenvoudig empirisch te bepalen, wat het meest convexe of minst concave glas is, dat ze bij hun camera, om gemakkelijk te teekenen, gebruiken moeten. Vooral bij hypermetropen heeft men in dit opzicht moeielijkheden te wachten. Zij toch weten dikwijls, om zoo te zeggen, niet, hoe ze 't met hun oogen hebben. Als ze 't eene oogenblik zeer gemakkelijk hun accommodatie-vermogen tot op zekere mate ontspannen, is dit in het volgende volstrekt niet meer het geval; de lens die ze nu voor het zien prefereeren, zullen ze onmiddellijk daarop bij voorkeur voor een geheel andere verwisselen. Toch is ook bij hypermetropen veel verlichting van een lens bij de camera te wachten. Wanneer het onderzoek der oogen een eerste aanduiding omtrent het vereischte glas gegeven heeft, zal de ondervinding doen weten, welke lens op den duur de meeste baat geeft.

§ 96. Wanneer men met behulp der camera lucida omtrekteekeningen heeft vervaardigd, is het meestal gewenscht te weten, hoeveel maal deze grooter zijn dan het object. Het is duidelijk dat men daartoe slechts het voorwerp met een objectmicrometer te verwisselen, en den afstand tusschen één of meer verdeelingen op het teekenvlak na te trekken heeft; het quotient van de lengte, waarin de bedoelde afstand is afgeteekend, en van de ware lengte van dien afstand in het voorwerp doet dan het gezochte getal kennen. — Daar de kennis dier vergrootingsgetallen (de zoog. vergrootingen van het beeld bij projectie op tafel door de camera lucida) nog al eens te pas komt, doet men wèl ze eens voor al voor zijn verschillende systemen te bepalen. —

Ook ziet men nu in, hoe met behulp der camera ook „de vergrooting" gemakkelijker dan door dubbelzien kan worden bepaald. Wanneer men zorg draagt dat de afstand $o\, o_3\, c_3$ (fig. 42, pag. 183) 25 cM. is, dan geeft de verhouding van de grootte van een teekening en van de ware grootte van het daaraan beantwoordende object het gezochte getal aan. Waar het op groote juistheid aankomt — die echter wel in geen practisch geval in zoo hooge mate noodig is — eischt de bepaling van het vergrootings-getal eenige zorg. Men behoort dan immers zorg te dragen dat de afstand van duidelijk zien steeds van hetzelfde punt af gemeten wordt; anders zouden de vergrootingsgetallen weer niet onderling vergelijkbaar zijn. Als beginpunt van meting neemt men natuurlijk het bovenste hoofdvlak.

In zulke gevallen moet men er dus op letten, dat het beeld $v_1 w_1$ (of eigenlijk $v_3 w_3$, maar $v_1 w_1 = v_3 w_3$) op juist 25 cM. van het bovenste hoofdvlak afligt. Men kan nu wel meestal voor de ligging van dat hoofdvlak die van de uittredingspupil nemen, en de plaats van deze wordt vrij gemakkelijk bepaald, door na te gaan, waar ergens boven den microscoop de uittredende lichtbundels het nauwste zijn; doch zelfs dan nog kan de zaak omslachtig worden, wanneer de plaats der uittredingspupil binnen de camera valt, zoodat men geen makkelijk bereikbaar beginpunt van meting heeft. Men doet dan beter eenvoudig ter hoogte der uittredings-pupil, onder 45° met de as, een glas-spiegeltje met kleine opening op te stellen, en tegen een verticalen wand eene bekende lengte van den objectief-micrometer af te teekenen. Door een deeling vindt men dan de vergrooting van het virtueele beeld voor een afstand, overeenstemmende met den afstand van genoemden verticalen wand tot de uittredingspupil, en verder door een evenredigheid de gezochte vergrooting op den bekenden afstand van duidelijk zien (pag. 79).

RESUMTIE VAN HOOFDSTUK VI.

Van de vele en veelsoortige apparaten, die bij den microscoop in aanwending komen, bespreken wij alleen die, welke dienen tot meten en tot teekenen.

Men gebruikt tot het eerste doeleinde *schroefmicrometers* en *glasmicrometers*, en van beide *voorwerptafel-micrometers* en *oculair-micrometers.*

De *voorwerptafel-schroefmicrometers* bestaan uit een voorwerptafel, die door een micrometer-schroef kan worden bewogen, en waarvan de mate van beweging kan worden afgelezen. Ter bepaling van de lengte van een voorwerp wordt dit zóó geplaatst, dat men één uiteinde er van overeenstemmen ziet met een ter hoogte van het reëele beeld in het oculair gespannen draad, en dat de te meten afstand loodrecht op dezen is gericht; beweegt men nu door middel van de genoemde micrometerschroef het voorwerp in de richting van de te bepalen lengte, totdat het andere uiteinde ervan met de oculair-draad samenvalt, dan is het voorwerp verplaatst over een afstand gelijk aan zijn lengte. — De *voorwerptafel-glasmicrometer* is eenvoudig een objectglaasje, waarin een meest in 100 deelen verdeelde millimeter is gegraveerd. Deze wordt op zich zelf zelden tot meting gebruikt, doch bijna altijd in verband met oculair-micrometers.

Van *oculair-micrometers* zijn die van glas de meest gewone. Deze zijn bestemd om in het oculair ter hoogte van het reëele beeld te worden gelegd; de er in gegraveerde schaal is veelal 5 mM. lang, en in 50 deelen verdeeld. Bij den oculair-micro-

meter behoeft men echter de ware lengte van een verdeeling niet te kennen, alleen moet men weten aan welke lengte in het voorwerp bij gebruik van verschillende systemen zoo'n schaalverdeeling beantwoordt. Tot bepaling hiervan dient de object-glasmicrometer. — Bij den *oculair-schroefmicrometer* bevindt zich ter hoogte van het reëele beeld een beweegbare index (bijv. een diametraal over het diaphragma gespannen draad); wanneer de lengte in het voorwerp, waaraan een bepaalde verplaatsing in den oculair-micrometer beantwoordt, door middel van den object-glasmicrometer is bepaald, kan men met behulp van dit werktuig zeer nauwkeurige metingen verrichten.

De inrichtingen, die voor het nateekenen van omtrekken worden gebezigd, dragen meest den naam *camera lucida*. Ze ontwerpen in het waarnemende oog gelijktijdig een beeld van het microscopische veld, en van het bezijden den microscoop gelegen teekenveld.

Een der volkomenste vormen is die naar Abbe. Bij dezen wordt door twee evenwijdig geplaatste, naar elkander toegekeerde spiegelende vlakken, van het teekenvlak een beeld in het oog ontworpen. Doordien een der spiegels een kleine, ter hoogte der uittredingspupil gelegen opening heeft, ziet het boven die opening geplaatste oog tevens het microscopische gezichtsveld.

Opdat teekening en voorwerp gelijkvormig zijn, moet het teekenvlak loodrecht gericht zijn op een van het teekenveld afkomstige lichtstraal, die ten slotte volgens de optische as van den microscoop in het oog treedt. Wanneer daartoe met betrekking tot de microscoop-as het teekenvlak moet hellen, spreekt men van camera lucida's met *scheeve projectie.*

Wanneer men met een camera gemakkelijk zal kunnen teekenen, dan moet de lichtsterkte van het teekenveld door getinte glazen ('t beste door rookglazen) gewijzigd kunnen worden; de lichtsterkte van het microscopische veld kan door den spiegel en door de diaphragma's worden geregeld. De verhouding der lichtsterkten van gezichtsveld en teekenveld is een juiste, wanneer de teekenstift bij gebruik der camera, zoowel bij het na te teekenen voorwerp, als bij het microscopische veld goed afsteekt. In den regel moet hiertoe bij het gebruik van wit papier als

teekenvlak, dit laatste lichtsterker zijn dan het gezichtsveld.

Bij het microscopiseeren zijn de meesten gewend hun accommodatie-vermogen geheel of nagenoeg geheel te laten rusten. Om te verhinderen, dat men bij het gebruik der camera voor het papier moet instellen — wat behalve om de reeds genoemde reden ook nog omdat men bij het microscopiseeren monoculair ziet, moeielijkheden veroorzaakt — doet men wèl, op den weg der lichtstralen van het teekenvlak naar het oog een lens te plaatsen, welke bedoelde lichtkegels op het p. r. van het waarnemende oog gericht doet zijn. Voor personen, die hun accommodatie bij het microscopiseeren niet geheel laten rusten, moet de lens, wier gebruik bij het teekenen gewenscht is, empirisch worden bepaald.

Bij gebruik der camera wordt door middel van een objectmicrometer de vergrooting bepaald, die de voorwerpen bij het nateekenen door de camera ondergaan. Ook „de vergrooting" kan met haar behulp, of anders met een op hetzelfde beginsel berustende inrichting, worden gevonden.

Dr. L. Dippel, *Das Mikroskop und seine Anwendung.* Zweite umgearbeitete Auflage, Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1883.

E. Giltay, *Theorie der Wirkung und des Gebrauches der Camera Lucida.* Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie und mikroskopische Technik. Bd. I, C. A. Schwetschke u. Sohn (M. Bruhn), Braunschweig, 1884. Ook geplaatst in: Nederlandsch kruidkundig Archief, 2e Serie, 4e deel, 1e stuk, Nijmegen, Thieme, 1883.

HOOFDSTUK VII.

Nadere beschouwing van de beeldvorming bij den microscoop.

AFBEELDING DOOR DIFFRACTIE-FIGUREN. HAAR INVLOED OP DEN AARD DER BEELDEN. ANDERE VOORSTELLINGSWIJZE DOOR BESCHOUWING VAN DE BUIGENDE WERKING VAN HET OBJECT. INVLOED OP DE BEELDVORMING VAN DE MATE VAN OPNAME DER DOOR HET OBJECT AFGEBOGEN LICHTBUNDELS, STELLINGEN VAN ABBE. INVLOED DER NUMERISCHE APERTUUR OP HET OPLOSSEND VERMOGEN VAN OPTISCHE STELSELS. OBJECTIEF- EN OCULAIRFUNCTIE. — ONDERZOEK VAN DE VOORNAAMSTE OPTISCHE EIGENSCHAPPEN VAN DEN MICROSCOOP.

§ 97. Toen we in Hoofdstuk I den gang der lichtstralen bepaalden, hebben we overal de zoogenaamde geometrische optica ten grondslag gelegd, dat wil zeggen we hebben ondersteld dat het licht zich rechtlijnig voortbeweegt, en we hebben verder alleen gebruik gemaakt van de bekende wetten van breking en terugkaatsing.

Voor alle gevallen, waar van lichtende voorwerpen door zeer w ij d e lichtkegels beelden worden gevormd, is deze beschouwingswijze ook alleszins voldoende. Wanneer men echter ook het belangrijke vraagstuk van de grenzen van 't afbeeldende vermogen van den microscoop en van de verschillende functie van objectief en oculair wil kunnen begrijpen, dan is het noodza-

kelijk de leer der beeldvorming aan de hand der undulatietheorie nog wat nader te beschouwen.

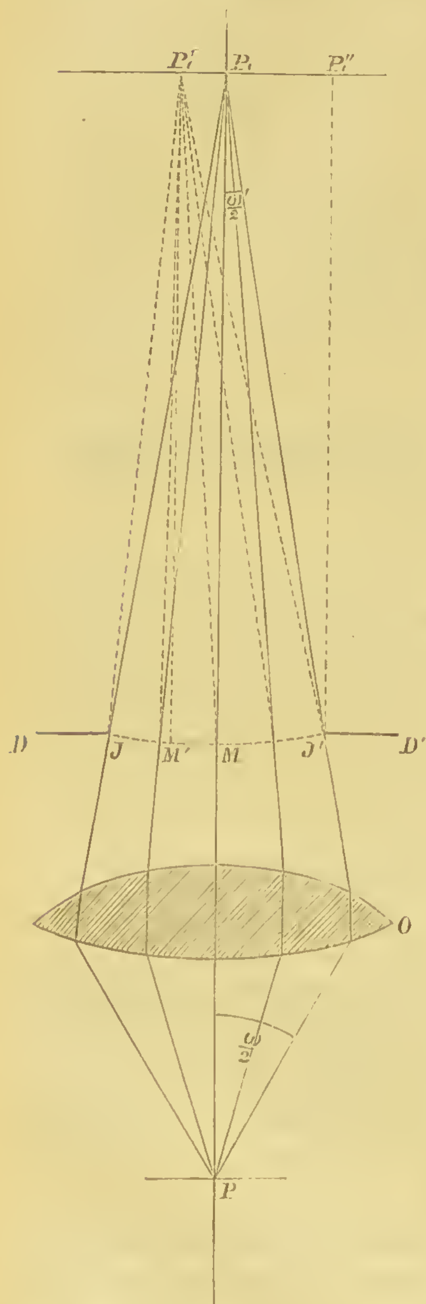


Fig. 50.

§ 98. Denken we ons een optisch stelsel O (fig. 50), en stellen we, dat daarvoor de punten P en P_1 geconjugeerde punten zijn. Wanneer dan in P zich een lichtend punt bevindt, dan worden volgens de undulatietheorie op gelijke afstanden van dat punt vóór de lens gelijke trillingstoestanden van den aether, gelijke phasen, aangetroffen. De invloed van het stelsel O is verder zoodanig, dat achter de lens op gelijke afstanden van P_1 eveneens gelijke phasen voorhanden zijn. — Alle punten, waardoor lichtstralen gaan, worden echter centra van evenwichtsverstoringen, die zich naar alle richtingen met gelijke snelheid voortplanten. Denken we ons dus een boloppervlak met P_1 I tot straal door de opening I I′ van het diaphragma D D_1 gebracht, dan hebben alle punten op dien bol gelijke phase; omdat de daarvan uitgaande trillingen zich met gelijke snelheid voortplanten, zullen ze gelijktijdig in P_1 aankomen, en daar, door de additie der gezamenlijke evenwichtsverstoringen, die vroeger op den boog I I′ waren verdeeld, een lichtconcentratie bewerken. — De om P_1 gelegen punten, bijv. P'_1, staan echter eveneens onder den invloed van de evenwichtsverstoringen der punten I I′; vandaar ook dat men feitelijk om de sterkste lichtconcentratie in P_1 bij afwis-

seling lichte en donkere ringen kan waarnemen, doordien de van I I′ afkomstige stralen in om P_1 gelegen banden bij afwisseling elkaar's werking opheffen, of, althans nog ten deele, hun werking addeeren. Die zijdelings gelegen, door *afgebogen* stralen verlichte banden worden echter hoe langer hoe lichtzwakker, ja zelfs, wanneer de opening I I′ groot is, dan liggen de maxima van nog merkbare lichtsterkte, de *diffractie-kringen*, zoo dicht bij het mathematische punt P_1, dat al het van P afkomstige licht practisch als in één punt samenkomende kan worden beschouwd Men is alsdan, gelijk men ziet, tot hetzelfde resultaat der puntsgewijze afbeelding, waartoe ook de grondstellingen der geometrische optica voeren, teruggekomen.

§ 99. Men ziet nu gemakkelijk in, dat het feit dat de beeldpunten niet eigenlijk p u n t e n maar diffractie-figuren zijn, hoe klein ze dan ook wezen mogen, op de beeldvorming invloed moet kunnen uitoefenen.

Natuurlijk zal die invloed van geen beteekenis wezen, wanneer de diffractie-figuren vele malen kleiner zijn, dan de afmetingen, waarin de détails van het voorwerp in het objectief-beeld optreden.

Stelt men daarentegen dat de bedoelde détails in de structuur zoo klein zijn, dat de diffractie-figuur, die de plaats van een beeldpunt inneemt, vele malen grooter is, dan is de invloed der buigingsverschijnsels zoo groot, dat van een afbeelding van de bedoelde structuur geen sprake meer kan zijn, even zoo weinig als 't mogelijk is, bijvoorbeeld, om van een fijne figuur met een grof stuk krijt een teekening te vervaardigen.

Daar tusschenin moeten gevallen zijn, waarin de bedoelde structuur door de diffractie-figuren nog wel wordt afgebeeld, maar waar dit op niet geheel juiste wijze plaats grijpt; waar de grovere beeldvlakjes, of eigenlijk de afwisselend lichte en donkere ringen, die in de plaats van beeldp u n t e n optreden, nog wel een min of meer schematische voorstelling van de voorhanden structuur kunnen geven, doch waar de aard van het beeld, door de natuur der diffractie-kringen min of meer wordt gewijzigd.

§ 100. Bij verschillende objectieven zullen natuurlijk, in ver-

band met de grootte der diffractie-figuren en met de vergrooting die het objectief levert, de afmetingen der voorwerpen, op wier afbeelding de diffractie een schadelijken invloed zal uitoefenen, verschillend zijn. Wanneer twee objectieven gelijke diffractie-figuren leveren, dan maakt natuurlijk het sterkst vergrootende objectief de kleinste détails zichtbaar.

Ten einde nu een iets nauwkeuriger voorstelling te verkrijgen van de afmetingen der structuur, waarvan de afbeelding in het algemeen nog mogelijk zal zijn, willen we trachten een bepaald geval door een eenvoudige berekening iets nauwkeuriger te benaderen.

Als object denken we ons hiertoe een uit afwisselend lichte (doorzichtige) en donkere (ondoorzichtige) strepen bestaand traliestelsel („*Gitter*"), en nemen aan, dat P_1 het punt is, dat geconjugeerd is aan een in 't midden eener lichte streep gelegen lichtpunt P. We stellen verder dat P_1' een punt is, dat geconjugeerd is aan het midden van een onmiddelijk naast P gelegen donkere streep. Wanneer dan de diffractie-ringen om P_1 zulk een wijdte hebben, dat het midden van den eersten lichten ring rond P_1 samenvalt met P_1', dan valt dus door den diffractie-ring l i c h t op een plaats, waar bij een juiste geometrische afbeelding duisternis moest zijn. Afgezien van de ingewikkeldere vraag, hoe nu precies het beeld worden zal, ziet men in elk geval in, dat de diffractie op een juiste afbeelding storend zal werken.

Laten we berekenen voor welken onderlingen afstand van dergelijke lichte strepen in het voorwerp, de hier beschreven verhoudingen in het aan het voorwerp geconjugeerde vlak optreden.

Noemen we den straal $P_1 P'$ van den eersten lichten diffractiering r, en dien (M I) van het objectief-diaphragma ρ, zij $M P_1 = b$ en stellen we voor den gezochten afstand der lichte strepen x.

Wanneer nu de opening in het diaphragma een spleet was, en P_1' het midden van de eerste lichte diffractie-lijn, dan zou $P_1' I' - P_1' I = \frac{3}{2}$ golflengte zijn. Daar de opening in het diaphragma een cirkelvormige is, wordt in werkelijkheid het wegverschil

tusschen twee uiterste stralen als $P_1'I'$ en $P_1'I$ iets anders, doch het verschil is zoo gering, dat we er bij een elementaire beschouwing als deze, $\frac{3}{2}\lambda$ voor mogen blijven stellen.

Uit de figuur leidt men verder door de figuren $P'_1 P''_1 I'$ en $P'_1 I M'$, waarvoor we benaderend rechthoekige driehoeken mogen nemen, gemakkelijk af, dat $P'_1 I' = \sqrt{b^2 + (\rho + r)^2}$, en $P'_1 I = \sqrt{b^2 + (\rho - r)^2}$, dus moet:

$$\sqrt{b^2 + (\rho + r)^2} - \sqrt{b^2 + (\rho - r)^2} = \tfrac{3}{2}\lambda,$$

of ook:

$$\sqrt{b^2 + \rho^2 + 2 r \rho + r^2} - \sqrt{b^2 + \rho^2 - 2 r \rho + r^2} = \tfrac{3}{2}\lambda. \quad (91)$$

Wanneer nu F den brandpuntsafstand van het stelsel O voorstelt, en V diens vergrooting, dan mogen we, althans benaderend, $\frac{b}{F}$ voor V schrijven (30). Zal nu P'_1 samenvallen met het midden van het beeld van een onmiddelijk naast P gelegen donkere streep, dan is $r = \frac{b}{F} \times \frac{1}{2} x$; substitueert men dit in verg. (91) dan komt er:

$$\sqrt{b^2 + \rho^2 + \frac{b}{F}\rho x + r^2} - \sqrt{b^2 + \rho^2 - \frac{b}{F}\rho x + r^2} = \tfrac{3}{2}\lambda,$$

welke vergelijking na oplossing van x levert:

$$x = \tfrac{3}{2}\lambda \frac{F}{\rho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (92)$$

Men mag namelijk vooreerst $\rho^2 + r^2$ ten opzichte van b^2 verwaarloozen. Verheft men vervolgens de vergelijking in het quadraat, dan komt er:

$$b^2 + \frac{b}{F}\rho x + b^2 - \frac{b}{F}\rho x - 2\sqrt{b^4 - \frac{b^2}{F^2}\rho^2 x^2} = \frac{9}{4}\lambda^2,$$

$$-2\sqrt{b^4 - \frac{b^2}{F^2}\rho^2 x^2} = \frac{9}{4}\lambda^2 - 2 b^2;$$

op nieuw in 't quadraat verheffende krijgen we:

$$b^4 - \frac{b^2}{F^2}\rho^2 x^2 = \left(\frac{9}{8}\right)^2 \lambda^4 + b^4 - \frac{9}{4}\lambda^2 b^2,$$

waarin we weder den term met λ^4 mogen verwaarloozen, zoodat er ten slotte komt:

$$-\frac{b^2}{F^2}\rho^2 x^2 = -\frac{9}{4}\lambda^2 b^2,$$

of:

$$x = \frac{3}{2}\lambda\frac{F}{\rho}.$$

§ 101. We kunnen het hier verkregen resultaat nog anders uitdrukken. Noemen we als gewoonlijk $\frac{\omega}{2}$ den openings-hoek (fig. 50), en $\frac{\omega'}{2}$ den hoek, volgens welken een grensstraal $I' P'_1$ naar het aan P geconjugeerde punt convergeert, dan is:

$$\frac{n' \sin\frac{\omega}{2}}{n'' \sin\frac{\omega'}{2}} = V, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (93)$$

wanneer n' en n'' de brekingsindices der media vóór en achter het stelsel O aangeven, en V van dit laatste de vergrooting beduidt [1]).

1) Van de juistheid dezer vergelijking kan men zich op de volgende wijze een voorstelling maken.

Men denke zich een voorwerp, dat afgebeeld wordt door een optisch stelsel, en men beschouwt nu twee, in hun midden door de as gesneden, zeer kleine geconjugeerde vlakte-elementjes van voorwerp en beeld. Noemen we nu den openings-hoek van het optische stelsel $\frac{\omega}{2}$, en den hoek, volgens welken een grensstraal naar het beeldje convergeert, $\frac{\omega'}{2}$; zij de oppervlakte van het vlakte-elementje in het voorwerp a^2, en die van het elementje in het beeld b^2; stellen we de indices vóór en achter het optische stelsel n' en n'', en noemen we de lichthoeveelheden die van de vlakte-eenheid van voorwerp en beeld binnen kegels van gelijke opening afstraalt I en I′, dan is de lichthoeveelheid, die van het vlakte-elementje van het voorwerp uitstraalt (zie de wetten op pag. 122) evenredig aan:

$$I \times \left(n' \sin\frac{\omega}{2}\right)^2 \times a^2,$$

en die, welke door het beeld-elementje ontvangen wordt, evenredig aan:

$$I' \times \left(n'' \sin\frac{\omega'}{2}\right) \times b^2;$$

wanneer we nu afzien van verlies door absorbtie in het optische stelsel, dan moet natuurlijk de lichthoeveelheid, die een vlakte-elementje van het voorwerp naar het

Daar nu n'' steeds 1 is, kunnen we, voor M I en MP_1 ρ en b substitueerende, hiervoor schrijven:

$$n' \sin \frac{\omega}{2} = V \times \frac{\rho}{\sqrt{b^2 + \rho^2}},$$

of, ρ^2 ten opzichte van b^2 verwaarloozende:

$$n' \sin \frac{\omega}{2} = V \times \frac{\rho}{b},$$

of ook, daar $V = \frac{b}{F}$:

$$n' \sin \frac{\omega}{2} = \text{numerische apertuur} = \frac{\rho}{F}.$$

Stelt men in (92) voor $\frac{\rho}{F}$ de gewone uitdrukking voor de numerische apertuur in de plaats, dan komt er:

$$x = \frac{\frac{3}{2}\lambda}{n' \sin \frac{\omega}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (94)$$

We weten nu, dat de numerische apertuur bezwaarlijk hooger waarde dan 1.5 kan verkrijgen. Wanneer men dus het door substitutie dezer waarde in (94) verkregen resultaat zeer algemeen uitdrukt kan men zeggen, dat in elk geval, hoe sterk het objectief ook wezen moge, stoornis in de afbeelding van een détail zal intreden, wanneer de afmetingen er van ongeveer

---

optische stelsel uitzendt, gelijk zijn aan de lichthoeveelheid, die het daaraan geconjugeerde, vergroote of verkleinde vlakte-elementje van het beeld ontvangt, dus zal:

$$I \times \left(n' \sin \frac{\omega}{2}\right)^2 \times a^2 = I' \times \left(n'' \sin \frac{\omega'}{2}\right)^2 \times b^2;$$

volgens een photometrische wet (zie § 55 pag. 100) is echter $I = I'$, zoodat:

$$\frac{n' \sin \frac{\omega}{2}}{n'' \sin \frac{\omega'}{2}} = \frac{b}{a} = V,$$

als V de vergrooting voor de geconjugeerde vlakken, waarin b en a gelegen zijn, aanduidt.

van de orde van grootte zijn van de golflengte van 't licht. Worden de détails vele malen grooter, dan kan de afbeelding ongestoord plaats hebben, worden ze veel kleiner, dan is in 't geheel geen afbeelding meer mogelijk.

Op de volgende wijze kan dit resultaat met een aan 't dagelijksche leven ontleend voorbeeld misschien nog iets duidelijker worden gemaakt.

Bij de gewone tapisserie-werken worden figuren, bijv. met wol, in gaas aangebracht, door bij vier, evenals de hoekpunten van een vierkant ten opzichte van elkaar gelegen openingen, volgens de twee diagonalen den wollen draad te brengen. Het geheele vierhoekje is dan door één wol-soort opgevuld; één zoo'n vierhoekje vormt een element (te vergelijken met een diffractie-figuur), waaruit de teekening wordt opgebouwd.

Wanneer nu de détails in het voorbeeld, dat wordt geborduurd, vele malen grooter zijn dan een wol-elementje, dan zal de voorstelling van de bedoelde détails door die wol-elementjes geschikt kunnen geschieden. De détails in het voorbeeld zijn dan van een hoogere orde dan de afbeeldende elementjes, en de beeldvorming op het gaas zal ongehinderd kunnen plaats hebben.

Stel daarentegen dat dingen moesten worden geborduurd, die slechts weinig kleiner of slechts weinig grooter waren dan de wolsteken. Wanneer men dan niet al te nauw zag, zou het borduursel nog wel een voorstelling van het voorbeeld kunnen geven; alleen zouden lijnen, die bijv. een dikte a hadden, wegens te grove afmetingen der afbeeldende elementen, wellicht een dikte $2a$ of een dikte $\frac{1}{2}a$ krijgen of iets daaromtrent, of er zouden andere analoge afwijkingen van de volkomen juiste verhoudingen optreden. In dit geval zouden dus de afmetingen der af te beelden détails en der wol-elementjes van dezelfde orde zijn, zoodat het borduursel slechts een benaderde, min of meer onjuiste en schematische voorstelling van het voorbeeld geven zou.

Eindelijk, wanneer de détails vele malen kleiner waren dan de wolsteken, dan zouden de laatsten van hoogere orde zijn ten opzichte van de eersten, en dan zou van zelf een juiste afbeelding van het détail zijn buitengesloten. —

Men vergete bij deze vergelijking echter niet, dat de wol-elementjes slechts naast elkander kunnen liggen, zoodat men hierdoor geen nader inzicht verkrijgt, in den invloed, dien het over elkander grijpen der diffractie-figuren op de beeldvorming kan uitoefenen.

§ 102. In § 98 fig. 50 zagen we, dat, wanneer de diaphragma-opening te klein wordt, geen puntsgewijze afbeelding meer bestaat. De oorzaak hiervan kan men ook uitdrukken door te zeggen, dat de lichtbeweging, die van één punt van het voorwerp is uitgegaan, bij haar zijdelingsche uitbreiding (door den diaphragma-rand, of door te geringe afmetingen van één der lenzen, kortom door den iris) is verhinderd.

Op de volgende wijze overtuigt men zich er van, dat dit werkelijk het geval is.

Men neemt als object een streepsysteem, bestaande uit doorzichtige plaatsen in een ondoorzichtigen grond. Voor dergelijke doeleinden is bij ZEISS een zeer geschikte *diffractie-plaat* (zie voor verdere beschrijving pag. 215) verkrijgbaar. Een dergelijk tralie-stelsel („*Gitter*") ontleedt, gelijk men weet, een invallenden lichtbundel in een direct doorgaanden en in een aantal *afgebogen* bundels, die, wanneer de structuur fijn genoeg en de invallende lichtbundel nauw genoeg is, van elkaar gescheiden worden waargenomen. Stel bijv. dat loodrecht op de bedoelde diffractie-plaat een nauwe lichtbundel invalt, en dat men bij gebruik van objectief *a a* en één der gewone oculairen voor de structuur heeft ingesteld. Wanneer men dan het oculair uit den tubus neemt en volgens de as van dezen naar het objectief ziet, dan neemt men ongeveer ter hoogte van diens focaalvlak de beeldjes waar, die onder invloed van de buigend werkende structuur van de lichtbron (een gasvlam is hiervoor zeer geschikt) gevormd zijn; men ziet ongeveer in het midden het beeldje, dat door het direct doorgaande licht is gevormd, en ter weerszijden daarvan de beeldjes die door de verschillende afgebogen bundels optreden [1]).

Zooals men gewoon is dit bij zulke verschijnselen waar te nemen, zijn niet al die beeldjes even lichtsterk; het middelste is het intensiefst. de door afgebogen bundels gevormde beeldjes worden van dien centralen, directen bundel uitgaande steeds lichtzwakker. De uiterste beeldjes kan men ternauwernood nog waarnemen. Dit is een bewijs dat al het licht van merkbare intensiteit, hetgeen natuurlijk den aard van het beeld, dat in

1) Op een dergelijke wijze werden door FRAUNHOFER, gelijk men weet, de buigingsverschijnselen bestudeerd. Hij plaatste vóór het objectief van een verrekijker een buigend werkende structuur, zag dan door middel van den kijker naar de lichtbron, en bekeek dus door middel van het oculair van den kijker de verschillende beeldjes, die door het objectief onder invloed van de buigende structuur van de lichtbron waren gevormd. Met de daareven beschreven proef bij den microscoop is het eenige verschil, dat men de door het objectief gevormde directe en afgebogen beeldjes zonder oculair, eenvoudig met het oog beziet. Men zij er verder aan indachtig, dat wanneer men vervolgens het microscoop-oculair weer bezigt, men dan niet voor de lichtbron zelf heeft ingesteld, maar voor het voorwerp-vlak; men neemt dus alsdan geen beeld van de lichtbron waar, maar een beeld van het voorwerp.

het aan 't voorwerp geconjugeerde vlak zal optreden, geheel beheerscht, in het objectief wordt opgenomen. In dit geval is dus practisch de geheele lichtbeweging, die van de afzonderlijke punten van het voorwerp uitgaat, bij de beeldvorming ongestoord werkzaam; in dit geval bestaat er dan ook *puntsgewijze* afbeelding, en is het beeld conform aan het object; wanneer men het oculair weer opzet en het beeld beziet, neemt men feitelijk de structuur waar, die in het voorwerp voorhanden is.

Men legge nu echter op de achterste lens van het objectief diaphragma's van steeds nauwere opening, en neme telkens het beeld waar, dat nu van het streepsysteem gevormd wordt. Zoodra nu de diaphragma-rand een gedeelte der afgebogen bundels van merkbare intensiteit (dus ook een gedeelte der lichtbeweging die van de afzonderlijke punten van het voorwerp uitgaat) begint te onderscheppen, verandert het beeld; de lichte strepen, die in de diffractie-plaat smaller zijn dan de hen vaneen scheidende donkere banden, worden ten koste van deze laatste breeder; wanneer nog slechts twee bundels (één directe en één afgebogene, of twee afgebogene — in werkelijkheid hebben immers ook directe en afgebogen bundels geen verschillende natuur —) dan ziet men, in afwijking van wat werkelijk voorhanden is, de lichte en de donkere strepen ongeveer evenbreed; en eindelijk, als slechts één bundel wordt doorgelaten, dan is in 't beeld elke aanduiding van het streepsysteem verdwenen en ziet men over de geheele uitgestrektheid in het veld, die aan de plaats in 't voorwerp is geconjugeerd, waar bedoelde strepingen voorkomen, een gelijkmatige lichtsterkte.

Dat men werkelijk ook volgens deze beschouwingswijze voor de afmetingen van streepsystemen, waarbij de afbeelding gestoord begint te worden iets analoogs krijgt, als door de boven gevolgde methode, hiervan overtuigt men zich op de volgende wijze.

Onderstellen we dat het tralie-stelsel en de openingshoek van het gebruikte objectief van dien aard zijn, dat behalve een loodrecht op het tralie-stelsel invallende directen bundel, slechts twee zijdelings afgebogen bundels door het objectief worden opgevangen.

Wanneer de afstand der lichte strepen b is, dan is volgens

een bekende formule uit de buigingsleer de sinus van den hoek, dien de eerste afgebogen bundel met den invallenden bundel maakt $=\frac{\lambda}{b}$; aangezien de eerste afgebogen bundel nog juist wordt opgenomen, geeft de hoek, dien hij met de optische as maakt tevens den openingshoek aan, en we hebben dus:

$$sin \frac{\omega}{2} = \frac{\lambda}{b}, \text{ of:}$$

$$b = \frac{\lambda}{sin \frac{\omega}{2}},$$

waaruit men ziet dat ook op deze wijze voor een geval, waarin de afbeelding min of meer moet zijn gestoord, een zelfde orde van grootte voor b wordt gevonden als bij de boven gevolgde beschouwingswijze. Dat de volgens deze twee manieren afgeleide waarden voor b niet geheel overeenstemmen, staat daarmede in verband, dat ook niet in beide gevallen het beeld evenveel gestoord zal zijn.

§ 103. In plaats van volgens de methode, die we eerst volgden, den invloed, dien de iris-opening op de beeldvorming uitoefent te bepalen, is het veelal eenvoudiger na te gaan, welken invloed het object op de lichtbeweging, waardoor het getroffen wordt, uitoefent; dus te zien, in welke direct doorgaande en afgebogen bundels het deze ontleedt, en dan na te gaan, van welke beteekenis het buitensluiten van een deel der lichtbeweging (van een deel der afgebogen bundels) op de beeldvorming is.

In den grond komen beide beschouwingen op hetzelfde neer, want de diaphragma-opening, gelijk we zeiden, werkt alleen buigend, en verhindert alleen een puntsgewijze afbeelding, doordien zijn rand de zijdelingsche voortbeweging van de van het object afkomende lichtbeweging in bepaalden zin verhindert, en dus een zekere hoeveelheid afgebogen licht onderschept. Buitendien doet men in beide gevallen niets anders dan de afzonderlijke lichttrillingen op twee verschillende wijzen samenstellen. Volgens de eene beschouwingswijze beschouwt men de trillingen, die van één punt van 't voorwerp uitgaan, en onderzoekt op welke wijze deze in het beeldvlak zullen samenkomen,

in het andere geval stelt men afzonderlijke lichtstralen, die van het voorwerp uitgaan, tot directe en afgebogen bundels samen, en onderzoekt de lichtwerking die deze, voor zoover ze opgenomen worden, ten slotte in het beeldvlak zullen geven. Het resultaat moet natuurlijk in beide gevallen hetzelfde blijven, evenzoo goed als het bij samenstelling van krachten onverschillig is, in welke volgorde men ze vereenigt.

De wijze nu, waarop het al of niet toegelaten worden van één of meer afgebogen bundels op de beeldvorming van invloed is, is door ABBE[1]) aangegeven in een drietal stellingen, waarvan in hoofdzaken het bewijs, althans experimenteel, niet moeielijk is te geven. Ze zijn:

1. Volkomen gelijkvormigheid tusschen het microscopische beeld en het voorwerp, is altijd verbonden met de opname in het objectief van het geheele diffractie-spectrum van merkbare intensiteit, dat het bedoelde object in staat is om uit te zenden.

2. Wanneer een gedeelte van het diffractie-spectrum niet wordt opgenomen, dan is steeds het beeld min of meer onvolledig en ongelijk aan het voorwerp; en in het algemeen is dan de overeenstemming tusschen beide geringer, naarmate minder licht wordt opgenomen.

Toelichting bij 2. Stel bijv. dat afwisselende lichte en donkere strepen, van ongelijke breedte, met een systeem van zoodanige opening worden onderzocht, dat slechts twee bundels in het objectief worden opgenomen. Het beeld vertoont dan afwisselende lichte en donkere strepen, die in dit geval, volgens ABBE, van juist gelijke breedte zijn. Eerst bij gebruik van een objectief van veel grooter apertuur, dat een meer volledig buigingsspectrum opnam, zou men de bedoelde strepen, in overeenstemming met de werkelijkheid, in de juiste verhoudingen zien.

Een ander voorbeeld. Doorzichtige objecten, wier brekings-

---

1) E. ABBE, *On the estimation of aperture in the microscope*, Journal of the Royal Microscopical Society, 1881. Sep.-afdruk pag. 28—30.

index slechts een weinig van die van het omringende medium afwijkt, geven eveneens diffractie-verschijnsels, die echter van degeen, welke men verkrijgt bij regelmatige periodieke structuren, zooals evenwijdige, afwisselend lichte en donkere strepen, aanmerkelijk kunnen afwijken. Zoo geven geïsoleerde lichaampjes of draadjes (bijv. bacteriën of trilharen), als ze slechts klein genoeg zijn (een gedeelte van de golflengte), over het geheele halfrond een onafgebroken en bijna gelijkmatige verspreiding van afgebogen licht, zelfs in media met de hoogste brekende brekingsindices [1]). Zulke voorwerpen kunnen altijd worden waargenomen, hoe klein ze ook zijn; want dit is alleen afhankelijk van factoren die met de eigenlijke beeldvorming in geen betrekking staan, zooals bijv. of de retina wel gevoelig genoeg is, om de kleine dan optredende intensiteits-verschillen werkelijk te zien. Doch wanneer men ze waarneemt, dan ziet men ze, ten gevolge van het verlies aan afgebogen licht dat heeft plaats gehad, in grootere afmetingen, dan ze volgens de vergrooting van den microscoop bezitten moesten. Gelijksoortige objecten van grooteren diameter — bijv. van 10 λ — worden dan echter wèl in hun juiste afmeting gezien, omdat bij deze het afgebogen licht, voor zoover het nog merkbare intensiteit bezit, niet ver van den directen bundel afwijkt, en dus geheel in een objectief van matige opening kan worden opgenomen. —

3. Wanneer slechts een deel van het door het object afgebogen licht in het objectief wordt opgenomen, dan stemt het beeld overeen met een andere structuur, waarvan het geheele diffractie-spectrum overeen zou stemmen met het vermelde gedeelte, dat in het objectief doordringt.

Toelichting bij 3. Wanneer bijv. een in canada-balsem liggende schaal van *Pleurosigma angulatum*, de bekende als test-object dienende diatomee, met een volgens de as invallenden directen bundel wordt verlicht, dan wordt dit bij

1) E. Abbe, *Ueber die Grenzen der geometrischen Optik*, Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, Bd. XIV, Supplement-Heft I, Jena, Gustav Fischer, 1881, pag. 76 en 77.

gebruik van een immersie-systeem van groote opening (de numerische apertuur moet minstens 0.9 bedragen), afgebeeld door een directen, en door zes afgebogen bundels. Het beeld, dat men dan ziet, is geen juiste afdruk van de werkelijke (geheel onbekende) structuur der schaal; het is een vergroote afbeelding van die structuur, welke een direct invallenden bundel in een groep van één directen bundel en zes afgebogen bundels zou ontleden, en in deze alleen. Wanneer daarop de schaal door een scheef invallenden bundel wordt verlicht, dan vallen enkele der zes bundels buiten het objectief, terwijl, als de gebezigde opening groot genoeg is, er één of twee nieuwe van grooter afbuiging, die te voren buiten het systeem vielen, voor in de plaats komen. Het veranderde beeld, dat men thans ziet, is weer een juiste afbeelding van een andere structuur, die een volledig spectrum zou geven, zooals dit nu in het objectief wordt opgenomen; enz.

Elk microscopist kent ook bij ondervinding de groote afwisseling van beelden die soms van één en dezelfde structuur, alleen door verandering der verlichting verkregen worden.

Nemen we verder nog eens het voorbeeld van een dunnen draad. Wanneer van dezen de diameter slechts een breukdeel van de golflengte bedraagt, dan wordt hij, gelijk we al vermeldden, op aanzienlijk vergroote schaal gezien, zelfs met objectieven van wijde opening. Het beeld is dan namelijk weer een juiste afbeelding van een anderen draad, waarvan de aard theoretisch kan worden bepaald, en waarvan het totale diffractie-spectrum volkomen gelijk zou zijn aan dat, hetwelk nu feitelijk in het objectief wordt opgenomen; en de theorie toont hier verder, volgens Abbe, aan, dat een draad, die zulk een diffractie-effect gaf, afgezien van andere verschillen, in elk geval grooter moest zijn, dan de werkelijk waargenomene [1]).

1) Dat dit zoo zijn moet, ziet men in, als men in aanmerking neemt dat bij genoegzaam kleine objecten de diffractie-figuren, die in de plaats van één beeldpunt optreden, vele malen grooter worden dan het aan het voorwerp geconjugeerde plekje in het beeldvlak. De verschillende lichtpunten van het voorwerp zullen dus in dat geval diffractie-figuren geven, die nagenoeg samenvallen, zoodat men het voorwerpje, onafhankelijk van zijn juiste mate van kleinheid, practisch in de grootte en in den vorm van een diffractie-figuur zal zien.

Proefondervindelijk wordt het hier behandelde 't best toegelicht door kunstmatige objecten; en wel in de eerste plaats door de boven reeds vermelde diffractie-plaat [1]) naar ABBE. Deze bestaat uit drie, naast elkander op een voorwerpglaasje geplaatste, aan de onderzijde verzilverde dekglaasjes, waarin verschillende lijngroepen getrokken zijn.

De aard dezer structuren is berekend voor gebruik bij objectief *a a* van ZEISS. Voor gemakkelijke aanwending construeert genoemde firma nog een *tusschenstuk*, bestemd om tusschen objectief en tubus te worden bevestigd, en om diaphragma's van verschillende opening op te nemen.

We willen hier alleen een paar proefnemingen met het middelste structuur, die we boven reeds vluchtig aanduidden, beschrijven. Die structuur bestaat uit een serie evenwijdige lijnen [2]); over de eene helft van de lengte dier lijnen, is tusschen elke twee in nog eens een lijn getrokken van gelijke dikte als de andere. Aan de ééne zijde bevat dus de figuur bijv. p lichte lijnen, aan de andere $2p - 1$; die helft der structuur, waar de strepen 't wijdst uiteen staan, zullen we de helft w, die, waar ze 't nauwst opeen staan, de helft n noemen. In de helft n bedraagt de afstand tusschen twee opeenvolgende lichte strepen ongeveer tweemaal de breedte van één enkele streep.

Men stelt nu, terwijl men *a a* als objectief bezigt, op de structuur in, en plaatst deze zoodanig, dat de grenslijn tusschen de beide helften w en n evenwijdig aan de voorzijde van den waarnemer verloopt. Als lichtbron maakt men hierbij 't gemakkelijkst van de vlam van een lamp gebruik; in elk geval moet de lichtbron smal genoeg zijn, opdat de beelden, die door de buigende werking der structuur van de lichtbron gevormd worden, elkander niet bedekken, maar afzonderlijk kunnen worden waargenomen.

Als men nu de strepen goed scherp ziet, neemt men het oculair weg, en ziet in den tubus. Ter hoogte ongeveer van het focaalvlak van het objectief, ziet men dan de beelden liggen, die onder invloed van het object, van de lichtbron gevormd worden. Ze bestaan voor de beide helften der structuur uit een in 't midden gelegen, door den directen bundel gevormd beeld, en uit een serie ter linker- en ter rechterzijde daarvan optredende, door in het object afgebogen bundels gevormde beelden. De door de helft n gevormde beelden liggen tweemaal zoover uiteen, als de door de andere helft ontworpene. Doordien het buigingsspectrum voldoende in *aa* wordt opgenomen, stemt ook het beeld dat men er door krijgt in aard overeen met het beeld, dat door een systeem van veel grootere opening geleverd zou worden.

Plaatsen we nu een diaphragma met zoo nauwe spleetopening in het tusschenstuk, dat van beide helften der structuur alléén de directe, of één enkele afgebogen bundel doorgelaten wordt. In het beeld van de beide helften der structuur is dan alle détail verdwenen; gelijk we boven reeds aangaven, leveren ze beide slechts één enkelen, breeden, gelijkmatig verlichten band.

Men gebruikt nu een zoodanig diaphragma, dat van de helft w twee bundels (één afgebogene en één directe, of twee afgebogen bundels) worden doorgelaten, terwijl daarbij van het andere gedeelte (n) der structuur nog slechts één bundel doorgelaten wordt. Deze laatste helft der structuur ziet men dan nog steeds als een gelijkmatig verlichten band zonder nadere differentiatie. In de helft w zijn nu wel strepingen

1) Deze is te verkrijgen in de fabriek van CARL ZEISS te Jena.

2) De lijnen zelf bestaan uit plaatsen waar het zilver-praecipitaat is weggenomen, dus uit doorzichtige deelen van het veld.

zichtbaar, doch ze zijn niet conform aan het voorwerp, want men ziet nu de lichte en de donkere strepen nagenoeg evenbreed (door irradiatie veelal de lichte wat breeder dan ze werkelijk zijn), terwijl feitelijk de donkere strepen van die helft ongeveer vijfmaal zoo breed zijn als de lichte.

Vervolgens gebruikt men een diaphragma, waarin de opening zóó wijd is, dat van de helft *w* drie bundels, en van de helft *n* er slechts twee worden doorgelaten. In beide helften der structuur zijn nu strepingen afgebeeld, doch in geen van beide zijn ze conform aan het object. Het meest naar waarheid afgebeeld is nog de helft *w*, omdat daarvan drie bundels tot de beeldvorming bijdragen; maar doordien deze drie nog niet het geheele spectrum vormen, worden nog altijd de lichte lijnen te breed met betrekking tot de donkere gezien In het gedeelte *n* zijn de lichte strepen, evenals in het vorige geval bij het deel *w*, veel te breed afgebeeld.

Ten slotte neme men een diaphragma, waarin evenwijdige spleten van zulke afmetingen en van zulke onderlinge ligging voorkomen, dat van beide structuren de directe bundels worden doorgelaten, terwijl van het gedeelte *w* de 1e, de 3e enz. ter weerszijden van den directen worden onderschept, terwijl de 2e, de 4e, enz. worden doorgelaten. Van de helft *n* der structuur zullen dan van zelf alle afgebogen bundels ongehinderd worden opgenomen, omdat deze juist op dezelfde hoogte als de 2e, de 4e, enz. van de andere helft der structuur gevormd worden. Kunstmatig is nu bij de twee verschillende objectbeelden de verspreiding der diffractie-bundels om den directen bundel gelijk gemaakt; men krijgt nu ook van beide structuren een analoog beeld, en wel het beeld dat die helft geeft, wier buigingsspectrum niet is gewijzigd. Men ziet dus nu over de geheele lengte der structuur dicht opeen geplaatste strepen, die in werkelijkheid maar in de eene helft er van voorhanden zijn.

§ 104. Uit de leer der buiging weet men, dat afgebogen bundels des te meer ten opzichte van de richting van den invallenden bundel hellen, naarmate de buigend werkende structuur fijner is.

Wanneer bij een microscoop evenwijdig aan de as een bundel invalt, als *b* de afstand der centra van twee opeenvolgende lichte strepen in een voorwerp is, en als we α den hoek noemen, die de afgebogen bundels van het eerste maximum met de as vormen, dan is, gelijk bekend:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{b}, \qquad (95)$$

waarin λ de golflengte van het medium, waarin de buiging plaats heeft, aanwijst.

Wordt dus $b < \lambda$, dan zal zelfs bij nog zoo grooten openingshoek een regelmatige, uit evenwijdige strepingen bestaande structuur in het geheel niet worden afgebeeld, daar zelfs een eerste afgebogen bundel, die een lichtsterkte 0 gaf, niet eens

zou worden gevormd; bij onregelmatige structuren, wier afmetingen een breukdeel van de golflengte gingen bedragen, zou wel is waar afbeelding nog kunnen plaats hebben, doch, naarmate meer licht verloren ging, zou het waargenomen beeld meer en meer van het feitelijk voorhandene afwijken.

Wanneer we λ' de golflengte in lucht noemen, en λ de golflengte van het medium met den brekings-index n, waarin het waargenomen object is gelegen, dan mogen we, daar $\frac{\lambda'}{\lambda} = n$, voor (95) ook schrijven:

$$n \sin \alpha = \frac{\lambda'}{b} \qquad \text{. . . . . (96)}$$

Als nu α tevens den halven openingshoek van het gebruikte systeem voorstelt, en wanneer we verder aannemen, dat het medium, hetwelk zich tusschen front-lens en dekglas bevindt, eveneens een index n heeft, dan ziet men in, (wat ook reeds uit (94) pag. 207 volgt), dat het bedoelde systeem dichter opeen geplaatste strepingen zal afbeelden (b mag kleiner zijn), naarmate $n \sin \alpha$, dat is de numerische apertuur, grooter is; en waar het onregelmatige structuren geldt, zullen deze in elk geval juister gezien worden, naarmate die apertuur toeneemt.

Het blijkt dus, dat de numerische apertuur niet alleen een maat is voor de hoeveelheid licht, die in het objectief kan worden opgenomen met betrekking tot de lichtsterkte, waarin het beeld kan worden gezien, maar ook met betrekking tot het oplossend vermogen, dus met betrekking tot de kleinheid der détails die nog kunnen worden waargenomen, of die in juiste verhoudingen zullen worden afgebeeld.

Van welken invloed het op het oplossend vermogen van het objectief kan zijn, wanneer zich vóór de front-lens een andere middenstof bevindt, dan waarin dat object gelegen is, zal de lezer zonder moeite kunnen nagaan.

§ 105. We zijn door een en ander van zelf gebracht tot een juistere waardeering van de rol, die objectief en oculair bij de beeldvorming vervullen. Men ziet toch in, dat de eigenlijke vorming van het beeld reeds geheel plaats heeft door het

objectief. Wanneer eenige structuur eenmaal in het reëele objectief-beeld ten gevolge van te geringen openingshoek van het gebruikte systeem niet voorhanden is, dan zal die ook door nog zoo sterke oculair-vergrooting niet zichtbaar worden gemaakt. De sterkten van objectief en oculair behooren dus tot elkaar in zekere verhouding te staan, en wel in zulk eene, dat de kleinste détails, die het objectief vermag af te beelden, door het oculair tot op zoodanigen gezichtshoek worden vergroot, dat ze door een normale retina gemakkelijk kunnen worden onderscheiden. Elke sterkere oculair-vergrooting zou doelloos, en door de daarmede onvermijdelijk gepaard gaande ongemakken zelfs schadelijk zijn. Aan den anderen kant meene men echter niet dat de sterkere oculairen, die door de fabrieken worden vervaardigd, daarom steeds onnutte werktuigen zijn. Volstrekt niet. Een rationeel werkende fabriek construeert geen te sterke oculairen. Voor verscheidene objectieven van ZEISS bijv. is reeds minstens oculair 4 noodig (5 is van die firma het hoogste oculair-nummer) om al het door de bedoelde objectieven afgebeelde détail voor een oog met normalen visus zichtbaar te maken; zelfs bij het gewone werken is daarom het gebruik van sterkere oculairen veelal alleszins gerechtvaardigd [1]).

§ 106. Ten slotte willen we ons nog de vraag stellen, welke vergrooting een microscoop-stelsel moet bezitten, opdat de fijnste strepingen, die — al is 't dan ook niet in haar waren vorm — nog kunnen worden afgebeeld, ook werkelijk worden waargenomen.

Door middel van (96) zal men gemakkelijk kunnen berekenen, wat bij de hoogst voorkomende numerische aperturen de grens is van de afstanden van strepen, die nog kunnen

1) Het streven is zelfs om objectieven te construeeren van zoo groote beeldscherpte, dat ze buitengewoon groote oculair-vergrootingen verdragen. Men zou dan voor het zichtbaar maken van een bepaald détail, als de openingshoek maar weer groot genoeg is, kunnen volstaan met een objectief van grooteren brandpuntsafstand en daardoor ook met grooteren vrijen voorwerp-afstand dan tegenwoordig 't geval is, iets wat in de praktijk van veel voordeel zou zijn.

worden afgebeeld, wanneer verlichtende bundels volgens de as invallen. Door middel van zeer schuin invallend licht kunnen dan nog wat dichter bijeen geplaatste lijnen worden gezien; de grenswaarde van dezen afstand bedraagt ongeveer 0.2 μ. Wanneer men nu aanneemt, wat van de werkelijkheid niet veel zal verschillen, dat die afstand op een gezichtshoek van ongeveer drie minuten moet worden uitgebreid om gemakkelijk te worden waargenomen, dan berekent men zonder moeite, dat in dit geval de vergrooting op 25 cM. afstand van 't oculair ongeveer 1000 moet bedragen.

Ofschoon nu natuurlijk aan dit getal 1000 geen absolute waarde is toe te kennen, daar het met andere grondslagen (als bijv. bij het aannemen van een eenigszins anderen gezichtshoek, waaronder de structuur moet worden gezien), min of meer anders zou uitvallen, is toch dit eenvoudige voorbeeld voldoende, om te doen begrijpen, dat immersie's met vergrootingen van 900 tot 1200, of droog-systemen met een vergrootend vermogen van 500 tot 700 reeds alles zichtbaar kunnen maken, wat mogelijkerwijze waargenomen kan worden, en dat het nut van systemen, wier vergrootingen in de duizenden loopen — en deze komen nog altijd in de prijscouranten van sommige fabrieken voor — geheel tot de illusiën behoort.

§ 107. Wij hebben vroeger de verschillende afwijkingen, die in de microscopische beelden door verschillende oorzaken kunnen optreden, slechts zeer oppervlakkig behandeld.

Wanneer men een microscoop in alle opzichten nauwkeurig op zijn waarde wilde onderzoeken, dan zou juist een nauwkeurige kennis van die afwijkingen en van de hen bewerkende factoren vereischt zijn.

Ofschoon we nog kortelijk het onderzoek van het optisch vermogen der microscopen willen behandelen, zullen we ons toch met de studie der bedoelde afwijkingen niet uitvoeriger bezighouden; vooreerst al, omdat die studie niet gerekend kan worden in een „Inleiding" thuis te behooren, en verder, omdat haar practisch nut toch zeer beperkt zou zijn. Ze zou toch

hoofdzakelijk juist alleen bij het onderzoek van microscopen moeten worden toegepast, en een dergelijk onderzoek, wil het betrouwbaar zijn, is toch niet te verrichten dan door dengene, die reeds vrij veel ondervinding in die richting heeft opgedaan. Een beginner zal daarom steeds beter doen aan een zoodanigen persoon het onderzoek van zijn werktuig op te dragen, dan daarbij op zich zelf te vertrouwen.

Slechts eenige hoofdzaken en algemeene gezichtspunten, die hierop betrekking hebben, willen we dus vermelden.

§ 108. De waarde van een microscoop-systeem is hoofdzakelijk van de volgende factoren afhankelijk:

1⁰ van zijn *definitie-vermogen*,

2⁰ van zijn *oplossend vermogen*, in verband met de lineaire vergrooting die het levert,

3⁰ van zijn *vrijen voorwerp-afstand*,

4⁰ van de *gelijkmatigheid der vergrooting* op verschillende plaatsen van het veld,

5⁰ van de *platheid van het gezichtsveld*.

Onder de benaming **definitie-vermogen** willen we hier verstaan het vermogen van het stelsel om de lichtstralen, die van één punt zijn uitgegaan, ook weer in één punt te vereenigen. Afwijkingen in dien zin zullen ten deele een gevolg van sphaerische, ten deele een gevolg van chromatische aberatie kunnen zijn, doordien dus reeds de éénkleurige, van een enkel punt afkomstige stralen zich niet meer vereenigen, of doordien de aan verschillende kleuren beantwoordende beeldpunten elkaar niet bedekken. Als *proef-voorwerp* (*test-object*) voor het onderzoek op dit vermogen gebruikt men 't best zeer dunne voorwerpen met zeer scherpe randen, bijv. de bekende diatomeetests; in 't bijzonder de in elk dergelijk praeparaat voorkomende gebroken diatomee-schalen kunnen hiervoor dienen. Het meest geschikt is echter wel de door ZEISS vervaardigde „*Test-Platte*" naar ABBE. Deze bestaat uit zes dekglaasjes, van verschillende, nauwkeurig bekende dikte, die met een tusschenlaag van canadabalsem op een voorwerp-glaasje zijn bevestigd. Aan hun onderzij zijn ze verzilverd, terwijl in het dunne laagje zilver-praecipitaat lijngroepen getrokken zijn. Door de aanwezigheid van dek-

glaasjes van verschillende dikte kan het praeparaat voor verschillende correctie-toestanden van objectieven gebezigd worden, terwijl het hoofdvoordeel is, dat men in de donkere strepen volkomen scherp begrensde, ondoorzichtige objecten heeft, van practisch geen dikte, die aan hun randen door breking geen straal-afwijkingen bewerken. —

Het **oplossend-vermogen** wordt het gemakkelijkst onderzocht door proef-voorwerpen van diatomeeën. In de teekeningen, welke op de schalen dezer organismen voorkomen, en welke bij verschillende soorten van zeer afwijkenden aard zijn, heeft men een ruime keus om voor dit onderzoek te dienen.

Het meeste geschikt van dergelijke objecten zijn wel de „*Diatomaceen-Probe-Platten*" van J. D. MÖLLER te Wedel in Holstein. Er zijn hier twintig diatomee-schalen naast elkander gerangschikt, waarvan de structuren, om opgelost te worden, objectieven van steeds hoogere apertuur vereischen. Daar men bij gebruik van deze proef-plaat steeds met een zelfde exemplaar van een bepaalde soort werkt, is men van den invloed van individueele verschillen tusschen verschillende exemplaren gevrijwaard. — Wenscht men afzonderlijke proef-plaatjes voor zijn verschillend systeem te gebruiken, dan kan men voor zwakkere objectieven bijv. praeparaten van *Pinnularia viridis*, voor middelsoort systemen *Pleurosigma attenuatum*, voor sterkere *Pleurosigma angulatum*, en voor zeer sterke *Surirella gemma* of *Amphipleura pellucida* bezigen. —

De **vrije voorwerp-afstand** is gemakkelijk door het gebruik van dekglaasjes van verschillende dikte te onderzoeken. Bij sterkere systemen moeten toch althans dekglaasjes van 0.20 mM. gemakkelijk te gebruiken zijn. —

De **gelijkmatigheid der vergrooting** op verschillende plaatsen van het veld wordt 't best door kleine ruitfiguren, zooals ze bijv. door den genoemden MÖLLER in micro-photographie, of door ZEISS in glas gesneden worden vervaardigd. Wanneer de vergrooting overal 't zelfde is, dan ziet men de ruitjes overal in 't veld evengroot; in 't tegenovergestelde geval zijn ze meest naar den rand toe grooter. —

De **platheid van 't veld** wordt onderzocht door bijv.

bij een volkomen vlak praeparaat (zeer geschikt is hiervoor weer de test-plaat naar Abbe) zorgvuldig voor 't centrum van 't veld in te stellen. Wanneer in dit opzicht geen sterke afwijkingen voorkomen, dan moet nu tevens voor de andere deelen van het veld de instelling voldoende scherp zijn.

RESUMTIE VAN HOOFDSTUK VII.

Wanneer door een optisch stelsel een voorwerp wordt afgebeeld, dan treden, streng genomen, voor lichtpunten in het voorwerp niet beeldpunten op in het beeldvlak, maar, ten gevolge van de buigende werking van het objectief, diffractie-figuren.

Wanneer nu de plaatsen in het beeldvlak, welke geconjugeerd zijn aan de kleinste détails in het voorwerp, die men afgebeeld wenscht te zien, vele malen grooter (van hoogere orde van grootte) zijn dan de diffractie-figuren, dan zal de afbeelding van dat détail ongehinderd kunnen geschieden. Zijn daarentegen de bedoelde détails vele malen kleiner (zijn ze van een kleinere orde van grootte) dan de diffractie-figuren, dan is de afbeelding dier détails geheel onmogelijk; en zijn beide van dezelfde orde van grootte, dan kan afbeelding wel plaats hebben, maar dan zal de aard der diffractie-figuren op de wijze, waarop het détail wordt afgebeeld, min of meer van invloed zijn, zoodat het beeld slechts een benaderde, min of meer schematische voorstelling van de werkelijkheid geeft.

De buigende werking van het objectief — de oorzaak van de vorming der diffractie-figuren — is een gevolg van de hindernis, die het objectief aan de zijdelingsche uitbreiding van het licht, dat van het voorwerp is afgestraald, in den weg stelt. Wanneer die hindernis niet bestond, en de opening van het objectief steeds groot genoeg kon worden genomen, dan zouden de diffractie-figuren tot elke mate van kleinheid kunnen worden teruggebracht.

Van de juistheid dezer laatste opvatting overtuigt men zich 't gemakkelijkst bij regelmatige structuren, door den loop te volgen der lichtstralen, *niet* zooals deze van één punt van het voorwerp uitstralen, maar zooals ze tot een direct doorgaanden en tot afgebogen bundels samengesteld van het voorwerp afkomen. Zoodra eenige structuur door een objectief niet meer juist wordt afgebeeld, wordt ook een deel der afgebogen bundels van merkbare intensiteit van de opname in het objectief buitengesloten.

De wijze waarop de afbeelding van structuren afhankelijk is van de mate van opname in het objectief van de lichtbeweging, die van het voorwerp uitstraalt, kan veelal 't gemakkelijkst worden aangegeven, wanneer men de van het voorwerp afkomstige lichtstralen tot een directen en tot afgebogen bundels samengesteld denkt. Alsdan gelden de volgende stellingen:

1. Volkomen gelijkvormigheid (*conformiteit*) tusschen beeld en voorwerp bestaat alleen, wanneer het geheele buigingsspectrum van merkbare intensiteit, dat door het object gevormd kan worden, in het objectief wordt opgenomen.

2. Naarmate van het afgebogen licht minder opgenomen wordt, is de structuur, die men waarneemt, minder aan de werkelijk voorhandene gelijk; wanneer van het afgebogen licht aldus slechts een deel tot de beeldvorming bijdraagt, dan is het beeld een *juiste* afbeelding van een *andere* structuur, waarvan het *totale* buigingsspectrum gelijk is aan het gedeeltelijke, dat feitelijk in het objectief wordt opgenomen.

3. Wanneer van een regelmatige, periodieke structuur slechts de directe bundel opgenomen wordt, dan is in het beeld elke aanduiding der structuur afwezig, en kan dus door nog zoo groote oculair-vergrooting niet zichtbaar worden gemaakt. Kleine, onregelmatig gelegen lichaampjes, die een onafgebroken verspreiding van afgebogen licht om den directen bundel geven, *kunnen* altijd worden afgebeeld; doch wanneer weer niet al het afgebogen licht opgenomen wordt, dan wordt het beeld te groot, en veelal ook in afwijkende gedaante gezien.

De mate, waarin systemen structuren kunnen afbeelden, wordt aangegeven door hun numerische apertuur.

Wanneer structuren betrekkelijk grof zijn, dan is al het afgebogen licht reeds binnen nauwe kegels om de directe bundels besloten; grovere structuren kunnen dan ook altijd, bij gebruik van voldoende aperturen in haar werkelijke gedaante worden gezien. Zeer fijne structuren, waarvan zelfs in media van zeer sterken brekingsindex nooit het geheele buigingsspectrum gevormd kan worden, kunnen nooit conform aan hare ware gedaante worden gezien; van fijne, regelmatige, periodieke structuren, zal in het beeld weer nooit eenige aanduiding aanwezig kunnen zijn, als zelfs het eerste buigingsspectrum niet gevormd wordt.

Wegens de onmogelijkheid om structuren zichtbaar te maken, die in het reëele objectiefbeeld niet voorhanden zijn, moet er zeker evenwicht tusschen de vergrooting van het oculair en van het objectief, in verband met de numerische apertuur van dit laatste, bestaan, en wel een zoodanig, dat de fijnste structuren, die het objectief kan afbeelden, door het oculair op zoodanige afmetingen worden vergroot, dat ze duidelijk kunnen worden onderscheiden. —

Bij het practische onderzoek van het optische stelsel van den microscoop moeten hoofdzakelijk op de volgende eigenschappen worden gelet: 1⁰ op het *definitie-vermogen*, dat is op het vermogen om van lichtende punten scherpe, ongekleurde beelden te geven, 2⁰ op het *oplossend-vermogen*, dat is het vermogen om fijne structuren zichtbaar te maken, 3⁰ op den vrijen *voorwerp-afstand*, 4⁰ op de *gelijkmatigheid der vergrooting op verschillende plaatsen in het veld*, 5⁰ op de *platheid van het veld.* De juiste beoordeeling dezer verschillende factoren moet men zich voornamelijk door ondervinding eigen maken.

Dr. L Dippel, *Das Mikroskop und seine Anwendung.* Zweite umgearbeitete Auflage, Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1883.

H. Helmholtz, *Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope.* Annalen der Physik und Chemie, Jubelband, Leipzig, Barth, 1874, pag. 557—884.

E. Abbe, *Beiträge zur Theorie des Mikroskopes und der mikroskopischen Wahrnehmung.* Max Schultze's Archiv für mikroskopische Anatomie, Bd. IX, 1873.

E. Abbe, *On the estimation of aperture in the microscope.* Journal of the Royal Microscopical Society, 1881.

VRAAGSTUKKEN.

---

1. Welke betrekkingen zal men, behalve de vergelijkingen (3), (4), (5) en (6), (zie pag. 5 en 7) nog door het aannemen van andere figuren kunnen afleiden?

2. Een bundel lichtstralen is gericht op een punt, dat op een afstand 8 achter het scheidingsvlak van twee media ligt. Het licht valt op de bolle zijde van het scheidingsvlak in, dat een straal 4 heeft, en het beweegt zich eerst in een middenstof van den index 1.5, daarna in een met den index 1.4. Vrage de ligging van het beeldpunt.

3. Twee middenstoffen van de brekingsindices 1.3 en 1.5 grenzen volgens een bolvlak met den straal 3 aan elkaar. Een lichtpunt bevindt zich in het eerste medium op een afstand 10 van het grensvlak, dat zijn bolle zijde naar het licht toekeert. Wordt gevraagd op welken afstand van het scheidingsvlak het beeldpunt zal liggen, en of dit virtueel dan wel reëel zal zijn.

4. Op de holle zijde van het scheidingsvlak (met een straal 5) van twee media vallen evenwijdige lichtstralen. De indices van de middenstoffen, die deze achtereenvolgens doorloopen, is 1.3 en 2.1. Vrage de ligging van het beeldpunt.

5. Twee middenstoffen met de brekingsindices m en n grenzen aan elkander volgens een plat vlak. In de eerste middenstof ligt op een afstand l van het scheidingsvlak een lichtpunt. Gevraagd de plaats van het beeldpunt.

6. In § 7 (pag. 12) heeft men evenals in § 3 (pag. 5—9) met positieve en negatieve richtingen te maken. In § 7 is

echter in afwijking van den gang, dien we voor § 3 vervolgden, de wijze, waarop die richtingen moeten worden genomen, niet uit verschillende figuren afgeleid, maar zijn de richtingen reeds onmiddelijk ingevoerd. Men vraagt daarom § 7 op de wijze van § 3 in te kleeden.

7. Wanneer in fig. 5 (pag. 10) B_2 en C_2, B_3 en C_3 geconjugeerde punten zijn, hoe verhouden zich dan $B_2 B_3$ en $C_2 C_3$?

8. Wordt gevraagd formule 20 (pag. 14) af te leiden, wanneer men de figuur zoodanig neemt dat $b_1 > e$.

9. In welk geval liggen de knooppunten in de hoofdvlakken?

10. Moeten twee geconjugeerde lichtstralen steeds werkelijk (reëel) de beide hoofdvlakken op gelijke afstanden van de as snijden, of kunnen zij dit ook in hun verlengden (virtueel) doen?

11. Gevraagd door middel van de hoofdvlakken en de brandpunten van een systeem tot een willekeurig geplaatst voorwerp het beeld te construeeren.

12. Eén van twee geconjugeerde vlakken van een stelsel, welks brandpunten en hoofdvlakken gegeven zijn, verplaatst zich van oneindig links naar oneindig rechts. Men vraagt de begeleidende verplaatsing van het andere geconjugeerde vlak na te gaan.

13. Waar liggen bij een in de lucht of in een ander medium geplaatsten doorzichtigen bol de knooppunten en de hoofdvlakken? (NB. Kan zonder berekening worden gevonden.)

14. Hetzelfde wordt gevraagd voor een concaafconvexe lens, waarvan de beide grensvlakken een zelfde krommingsmiddelpunt hebben, en waarvan de dikte niet mag worden verwaarloosd.

15. Gegeven drie middenstoffen, achtereenvolgens met de brekingsindices 1, 1.5 en 1, en vaneen gescheiden door twee, op een afstand 5 van elkaar gelegen, met de holle zijde naar elkaar toegekeerde scheidingsvlakken, die beide een kromtestraal 15 hebben. Wordt gevraagd het definitieve beeldpunt te berekenen, wanneer in een der buitenste mediën zich een lichtpunt op een afstand 100 van het naastbij gelegen scheidingsvlak bevindt.

16. Men vraagt voor het geval van het vorige vraagstuk

ook de ligging der hoofdvlakken, knooppunten en brandpunten te bepalen, en daarna de grootte der hoofdbrandpuntsafstanden aan te geven.

17. Op een medium, dat door een boloppervlak (van den straal R) is begrensd, welks brekingsindex n_2 is, en dat gelegen is in een ander medium met den brekingsindex n_1, vallen evenwijdige lichtstralen in. Men vraagt den afstand van het hoofdbrandpunt tot het laatste scheidingsvlak uit te drukken in R, n_1 en n_2.

18. Men vraagt uit de uitkomst van het vorige vraagstuk af te leiden, wanneer het brandpunt reëel, en wanneer het virtueel zal wezen.

19. Voor datzelfde geval wordt nog gevraagd, wanneer het focus binnen het bolvormige lichaam zal vallen, en wanneer het alsdan rechts (men denke zich het licht van links invallende), en wanneer het links van het middelpunt gelegen zal zijn.

20. Leid formule (64) onmiddelijk uit (26) of (27) af.

21. Men vraagt uit de lenzenformules te bewijzen den practischen regel: een lens (in casu, zooals in gewone gevallen altijd, van glas, dus met een brekingsindex > 1) is divergeerend, wanneer zij aan den omtrek dikker is dan in 't midden, en convergeerend in 't tegenovergestelde geval [1]).

22. Waar moet men voor een lens van kleinen brandpuntsafstand, wier dikte men mag verwaarloozen, en die men dus als een lijn teekent, de hoofdvlakken en de knooppunten construeeren? En hoe worden dan de formules (29) en (30)?

23. Wordt gevraagd zoowel voor convergeerende als voor divergeerende lenzen, bij verwaarloozing der dikte, af te leiden:

1° de begeleidende verplaatsing van het beeld bij een voorwerp, dat van reëel $+\infty$ tot 0, en van 0 tot virtueel $-\infty$ verschuift;

1) Het is niet overbodig hierbij te vermelden, dat deze bekende regel eigenlijk alleen geldt voor biconvexe en voor biconcave lenzen. Neemt men namelijk de dikte der lenzen in aanmerking, dan blijken ze alleen positief te zijn, zoolang $(r_2 + e - r_1) > e$, zoodat alsdan de genoemde regel niet meer algemeen voor concaafconvexe lenzen doorgaat.

2° tusschen welke punten het beeld recht opstaande is, en tusschen welke omgekeerd;

3° wanneer het beeld vergroot, wanneer het verkleind is, en wanneer geen van beide 't geval zal wezen.

---

24. Wordt gevraagd voor het schematische oog naar HELMHOLTZ in toestand van accommodatie (zie voor de gegevens pag. 39) de ligging der cardinaal-punten te berekenen.

25. Wanneer bij het schematische oog naar HELMHOLTZ in toestand van rust het achterste hoofdbrandpunt op de retina valt, dan wordt gevraagd met behulp der gegevens van § 27 (pag. 39) de ligging van het punctum proximum en van het punctum remotum aan te geven.

26. Hoe moet de betrekkelijke ligging wezen der knooppunten van het oog en van een er vóór geplaatste lens, opdat de netvliesbeelden van een voorwerp, mèt en zonder lens gezien, practisch dezelfde grootte bezitten?

27. Een emmetroop met goede gezichtsscherpte en met oogen in overeenstemming met het schematische oog naar HELMHOLTZ bevindt zich op een afstand van 100 M. van banden van gelijke breedte, die bij afwisseling licht en donker zijn. Indien aan de lichte banden de gewenschte lichtsterkte werd gegeven, welke zou dan hun breedte moeten zijn, opdat het geheel nog even als afwisselende lichte en donkere strepen kon worden onderscheiden (afstand van de centra der kegels in de fovea centralis op 0.002 mM. gesteld).

28. Bij de Uhu bedraagt de lengte der oogas 39 mM. Indien men aan kon nemen, dat het punt der samengevallen knooppunten, evenals bij den mensch, op ongeveer $\frac{1}{3}$ van die lengte van de cornea aflag, en wanneer ook hier weder aan de in het vorige vraagstuk genoemde lichte banden een optimale lichtsterkte werd gegeven, welke breedte zou dan, al het overige gelijk zijnde, voor die banden zijn vereischt, opdat ze door het dier nog als afwisselende lichte en donkere strepen konden worden waargenomen?

29. Welke refractie-anomalie zal aan een in 't water emme-

tropen visch eigen zijn, wanneer deze zich in de lucht bevindt?

30. Kan een emmetroop persoon door een biconcave lens zorgen, dat hij bij zwemmen onder water emmetroop blijft?

[1]) 31. Een emmetroop heeft een accommodatie-vermogen $\frac{1}{A} = 10$. Wordt gevraagd de ligging van het punctum proximum.

32. Wordt gevraagd voor iemand met M 7 en $\frac{1}{A} = 10$ de grootte van P en R.

33. Bij iemand ligt het p. p. op 5 en het p. r. op 10 cM. vóór het oog. Hoe groot is zijn accommodatie-vermogen, en wat is de lengte van het accommodatie-gebied?

34. Waar ligt het p. p. bij iemand met H 5 en $\frac{1}{A} = 10$?

35. Een emmetroop heeft een accommodatie-vermogen 8. Welke is de lengte van het accommodatie-gebied als hij + 4, welke als hij + 8 vóór het oog houdt?

36. Naar welk punt moeten lichtstralen convergeeren, opdat ze in een accommodatie-vrij oog met H 5 op de retina worden vereenigd?

37. Naar welke punten moeten de lichtstralen convergeeren als het in het vorige vraagstuk bedoelde oog een accommodatie-vermogen 2 in werking stelt?

38. Iemand heeft een manifeste hypermetropie H *m* 1, een accommodatie-vermogen 10, en een p. p., dat op 20 cM. vóór het oog ligt. Hoe groot is de latente hypermetropie?

39. Door welke lens zou bij iemand met M 5 het p. r. op 50 cM. worden gebracht?

40. Waarom heeft een hypermetroop, wanneer hij een zijn manifeste hypermetropie niet geheel corrigeerende, positieve bril draagt, tevens een verrekijker bij zich?

---

1) Nos. 31—39 uit het hoofd te berekenen. Van den afstand van de lens tot het oog, en waar dit vereenvoudiging aanbiedt, ook van de lengte van het oog, mag steeds worden afgezien.

41. Hoe groot wordt het accommodatie-gebied bij een emmetroop met $\frac{1}{A} = 10$, wanneer deze zich met een loupe van 25 dioptrieën wapent?

42. En hoe groot wordt het bij iemand met M 2 en eveneens $\frac{1}{A} = 10$ bij gebruik derzelfde loupe?

43. Wordt gevraagd voor oog + lens van § 41 (pag. 72) den afstand te berekenen der lijnen, wier beelden op het netvlies 0.01 mM. van elkaar afliggen, en die dus gemakkelijk zullen kunnen worden waargenomen.

44. Wanneer men met een loupe een voorwerp wenscht te bezien, zal het dan voordeeliger zijn de loupe dicht vóór, of op eenigen afstand van het oog te houden?

45. Wanneer men twee lenzen te zamen als loupe gebruikt, kan men ze op grooter of op kleiner afstand van elkander houden. Wat is voor 't verkrijgen van een zoo sterk mogelijke vergrooting het meest verkieselijk?

---

46. In den microscoop zijn het virtueele beeld en het voorwerp omgekeerd met betrekking tot elkaar. Wanneer nu het voorwerp op de voorwerptafel om de optische as wordt gedraaid, draait dan het beeld in denzelfden of in tegengestelden zin?

47. Wanneer een microscoop door een emmetroop voor een bepaald punt is ingesteld, hoe zullen dan myopen en hypermetropen den tubus moeten verschuiven om datzelfde punt scherp te zien, naar boven of naar beneden? Men neemt hierbij aan, dat gedurende het microscopiseeren de tensor chorioideae ontspannen is.

48. Waarom bepaalt ook het diaphragma in het oculair de wijdte der afbeeldende lichtkegels niet?

49. Kent gij bij het geluid iets analoogs, aan wat in de tweede wet op pag. 122 van het licht wordt gezegd?

50. Wanneer in het geval van fig. 17 (pag. 96) het diaphragma bij D D′ is geplaatst, en wanneer men alle punten van den spiegel als lichtend mag beschouwen, zal dan het

hooger stellen van den spiegel verandering in de verlichting van O kunnen teweegbrengen?

51. Wanneer zal in het geval van het vorige vraagstuk bij lager plaatsing van den spiegel de lichthoeveelheid, die een punt O ontvangt, beginnen te verminderen?

52. Zooals ABBE hierop heeft gewezen, behoort de samenstelling van verlichtingsapparaten (condensors, illuminators) zoo eenvoudig mogelijk te zijn; waarom?

53. Men vraagt bij een analoge figuur als fig. 21 (pag. 105), maar voor andere standen van het voorwerp, de ligging van het beeld te construeeren

54. Hoeveel bedraagt de vergrooting bij het microscoopstelsel, waarvoor in § 56 (pag. 103), de constanten zijn berekend?

55. Vormt het totale optische stelsel in den microscoop een collectief of een dispansief systeem?

56. Kan door den geheelen microscoop (objectief + oculair) van een reëel voorwerp een reëel beeld worden gevormd?

57. Volgens de lenzenformules (vgl. vraagstuk 21) leveren negatieve lenzen van reëele voorwerpen slechts virtueele beelden, en de microscoop, hoewel een negatief systeem, kan wèl reëele beelden leveren. Hoe verklaart gij dit?

58. Op pag. 112 is afgeleid dat voor de totale vergrooting (V) van den microscoop het product der partiëele vergrootingen (v en v') mag worden in de plaats gesteld. Mag hierbij echter zoowel aan v als aan v' de beteekenis van „vergrooting" in den zin van § 44 (pag. 70) worden gehecht?

59. Wat zal de focus-diepte zijn van een microscoop-stelsel, bij gebruik van een water-immersie van 120° openingshoek, als de totale vergrooting 1000 is, wanneer het object door water is omringd, en als voor den hoek, waaronder de verstrooiingskringen voor de beeldscherpte nog niet hinderlijk zijn, 3′ wordt genomen.

60. Hoeveel bedraagt in het geval van het vorige vraagstuk de diepte van het accommodatie-gebied en de totale diepte van het gezichtsveld voor een oog met $\frac{1}{A} = 3$? (Index water = 1.33.)

61. Welken openingshoek bezit een droogsysteem van 0.60 numerische apertuur?

62. Welke numerische apertuur heeft een olie-immersie van 120° openingshoek? (Index der olie = 1 5.)

63. Wanneer als verlichtingstoestel alleen een spiegel wordt gebruikt, kan dan een olie-immersie van 1.25 numerische apertuur (index der olie = 1.5) geheel met licht worden gevuld?

64. Door welk hulpmiddel zou men in het geval van het vorige vraagstuk aan de op het object invallende lichtkegels toch een opening kunnen geven gelijk aan die van het gebruikte systeem?

65. Met 't oog op de wijdte der lichtkegels, die ze aan het object leveren, is 't duidelijk dat men ook bij verlichtingstoestellen van numerische apertuur kan spreken. Hoeveel bedraagt dan deze waarde bij een spiegel, die uit het voorwerp onder een hoek van 40° wordt gezien?

66. Wanneer een voorwerp in een vocht van 1.33 brekings-index ligt, en als een systeem met een immersie-vloeistof van 1.5 brekings-index wordt gebruikt, wat is dan de numerische apertuur, die dat objectief bezitten moet, opdat het al het licht, dat mogelijkerwijze uit het object in de immersie-vloeistof treden kan, kunne opnemen?

---

67. Bij teekeningen vindt men dikwijls vermeld dat zij naar een *optische doorsnede* zijn vervaardigd. Wat bedoelt men daarmede?

68. Is bij gebruik van een droog-systeem de afstand tusschen twee lagen van een voorwerp, dat in water of eenige andere vloeistof ligt, gelijk aan de verschuiving die de tubus moet ondergaan, om achtereenvolgens voor die twee verschillende lagen scherp te worden ingesteld?

69. Indien in het geval van het vorige vraagstuk het voorwerp in een vloeistof van den brekings-index n ligt, en indien de bedoelde verschuiving van den tubus d bedraagt, wat is dan de afstand tusschen de twee lagen?

70. Wanneer het dekglaasje eens vast verbonden was aan

het objectief, zoodat het met dit laatste op en neer schoof, zou dan, wanneer het object hierbij een onveranderde ligging bleef behouden (we behoeven wel niet te zeggen dat deze onderstellingen in werkelijkheid nooit vervuld worden) uit de verschuiving van den tubus den afstand tusschen de lagen, waarvoor deze ingesteld was, bekend zijn?

71. Hoeveel bedraagt de accommodatie-diepte in het geval van vraagstuk 60, wanneer het object in plaats van in water, in een medium met den index 1.5 ligt?

72. Met welk der beschreven beelden zal dat van een staand prisma overeenstemmen.

73. Wanneer de ongelijkheid:

$$90 - b\,g\,sin\,\frac{m\,sin\,\alpha}{n} > b\,g\,sin\,\frac{m}{n} > 90 - b\,g\,sin\,\frac{m\,cos\,\alpha}{n}$$

niet geldt, kunnen dan toch dicht bij A of B op 't bovenvlak van den cylinder gelegen punten (fig. 26, pag. 144) normaal-bundels uitzenden?

74. Wanneer een staande cylinder den brekingsindex 1.5, en het omringende vocht een index 1.33 bezit, zal dan àl het op den cylinder ingevallen licht door de bovenvlakte uittreden, als de openingshoek der normaal-bundels 20° bedraagt?

75. Kan het op het beeld van den staanden cylinder van invloed zijn, dat deze optisch niet geheel homogeen is en daardoor het licht niet ongestoord in de door de brekingsindices daarvoor aangewezen richtingen doorlaat, maar het meer diffuus verspreid?

76. Wordt bij instelling op 't centrum van een bol de schaduwrand breeder of smaller, als de openingshoek van 't systeem grooter wordt?

77. Wanneer bij een liggenden cylinder of bij een bol de opening van het systeem, waarmee deze wordt bezien, gelijk is aan de opening der normaal-bundels, hoever strekt zich dan de randschaduw uit?

78. Van welken invloed is scheef invallend licht, bij voldoend grooten openingshoek, op het beeld van den bol?

79. Wanneer twee luchtbellen dicht bij elkander liggen,

dan zijn ze aan de naar elkander toegekeerde zijden, sterker verlicht, dan wanneer ze afzonderlijk lagen. Hoe verklaart gij dit?

80. Zal men de wanddikte van een hollen cylinder zuiverder kunnen bepalen als deze staat of als hij ligt?

81. Hoeveel bedraagt de brandpuntsafstand bij de als holle cylinders op te vatten stukken eener gegolfde membraan, wanneer de stralen van de gegolfde vlakken 3 en 2, de index van het omhullende medium 1.33, en die van de membraan 1.5 bedragen.

---

82. Wanneer men met behulp van den oculair-micrometer op verschillende plaatsen in het veld (d. w. z. op verschillende plaatsen in één optische doorsnede) voorwerpen meet, dan krijgt men verschillende waarden. Waarop zou dit berusten?

83. Is het bij den oculair-glasmicrometer noodig, dat men de juiste waarde van één verdeeling, of bij den oculair-schroefmicrometer, dat men de juiste waarde van één schroefgang kent?

84. De uittredingspupil is het beeld, dat door het geheele stelsel, dus ook door het objectief, van de intredingspupil wordt gevormd. Hoe kan dan de camera naar Abbe — waarbij de opening in het verzilverde vlakje met bedoelde uittredingspupil moet samenvallen — onafhankelijk van het objectief, alléén met 't oog op een bepaald oculair, zijn geconstrueerd?

85. Zal bij gebruik van de camera lucida naar Abbe voor de bepaling der lineaire vergrooting de breking der lichtstralen in de glazen prisma's niet van invloed zijn?

86. In een bepaald geval bedraagt bij gebruik der camera naar Abbe de afstand (lichtweg) van het teekenvlak tot het lens-hulsel 34 cM., die van dit hulsel tot het oog 6 cM. Welke lens (volgens dioptrieën en duim-systeem aan te geven) moet in dat hulsel geplaatst zijn, opdat de van het teekenvlak komende lichtkegels gericht waren op het p. r. van iemand met H 1.5?

87. En welke zou die lens moeten zijn, wanneer een oog

met M 8 bij ontspanning der accommodatie voor het teekenvlak ingesteld moest zijn?

---

88. Welke is de kortste afstand van evenwijdige lichte strepen, waarvan door middel van een evenwijdig aan de as invallenden smallen lichtbundel een aanduiding zichtbaar zal zijn, als het gebruikte systeem een numerische apertuur 0.74 heeft, en als in dit, zoowel als in de volgende gevallen, de golflengte van het gebezigde licht op 0.55 μ wordt gesteld [1])?

89. Welke is de theoretische grens van 't oplossend vermogen voor een regelmatig streepsysteem bij een droogsysteem van 110° openingshoek, als het object in lucht ligt [2])?

90. Wat wordt die grenswaarde als het object in water ligt?

91. Door photographie kunnen duidelijke afbeeldingen door middel van licht van bijv. 0.42 μ golflengte worden gemaakt. Wat wordt voor dit geval de grens van 't oplossend vermogen voor een evenwijdig streepsysteem, bij gebruik van een droogsysteem van 110° openingshoek?

92. Kunnen structuren, die eerst bij scheeve verlichting worden waargenomen, volkomen juist worden gezien?

---

1) Bij gebruik van wit licht kan men aannemen, dat stralen van ongeveer 0.55 μ golflengte het sterkste zichtbaar zijn, en dus in de eerste plaats de zichtbaarheid van structuren bepalen, in dien zin, dat deze zullen worden opgelost, als 't beeld in stralen van die golflengte voorhanden is, doch dat ze niet of niet voldoende zichtbaar zullen zijn, als het beeld alleen in stralen van geringer golflengte optreedt.

2) Ook bij dit en bij de beide volgende vraagstukken bepale men alleen de gevraagde grenswaarde bij rechte, niet bij scheeve verlichting.

OPLOSSINGEN DER VRAAGSTUKKEN.

---

1. $$\frac{m}{-l}+\frac{n}{-b}=\frac{n-m}{r},\ \frac{m}{l}+\frac{n}{-b}=\frac{n-m}{-r},$$

$$\frac{m}{-l}+\frac{n}{b}=\frac{n-m}{-r} \text{ en } \frac{m}{-l}+\frac{n}{-b}=\frac{n-m}{-r}.$$

2. Het beeldpunt ligt in hetzelfde medium als het virtueele lichtpunt, op een afstand 8.6 van het grensvlak.

3. Het ligt virtueel op een afstand van 23.7.

4. Het ligt virtueel op een afstand 13.1.

5. Het beeldpunt ligt steeds in hetzelfde medium als het lichtpunt op een afstand $\frac{n}{m} l$ van het grensvlak.

6. Noemt men $B_1 B_2$ in fig. 5 v'_1, en $C_1 C_2$ v'_2, dan krijgt men uit de bekende driehoeken: $\frac{v'_1}{v'_2}=\frac{l}{f_1}-1$ . . . . (a)

Teekent men zich vervolgens een geval waarbij $l<f$ is, en leidt men evenens de verhouding der lengten van beeld en voorwerp af, dan komt er: $\frac{v'_1}{v_2}=1-\frac{l}{f_1}$ . . . . (b)

Schrijft men nu voor (a) $\frac{v'_1}{v'_2}=-\left(1-\frac{l}{f_1}\right)$ of $\frac{+v'_1}{-v'_2}=1-\frac{l}{f_1}$ dan ziet men, dat, als de richting beneden de as als de negatieve richting wordt aangenomen, men (a) en (b) in overeenkomstigen vorm kan schrijven; als algemeene formule, waarmee

ook alle andere gevallen in overeenstemming zijn, verkrijgt men dan:

$$\frac{v_1}{v_2} = 1 - \frac{l}{f_1},$$

waarin v_1 en v_2 symbolen zijn voor getallen met hun teeken.

7. Evenals $B_2 B_1$ en $C_2 C_1$, dus: $\frac{B_2 B_3}{C_2 C_3} = 1 - \frac{l}{f_1} = \frac{1}{1 - \frac{l}{f_2}}$.

9. Als het eerste en het laatste medium gelijken brekingsindex hebben.

10. Zij kunnen het ook virtueel doen.

13. Daar het eerste en het laatste medium een zelfden brekingsindex hebben, moeten de knooppunten in de hoofdvlakken vallen. Daar een straal, die op het middelpunt van den bol is gericht, ongebroken doorgaat, vallen dus de knooppunten en dus ook de hoofdpunten in het middelpunt samen.

14. Knooppunten en hoofdpunten vallen in het gemeenschappelijke krommingsmiddelpunt der beide grensvlakken samen.

15. Het reëele beeld ligt op een afstand 17 van het laatste brekende vlak.

16. Beide hoofdvlakken liggen in het middelste medium op een afstand 1.765 van elk der grensvlakken. De knooppunten vallen in de hoofdpunten. De hoofdbrandpunten liggen op een afstand 14.118 van het eerste en laatste brekende vlak. De hoofdbrandpuntsafstand bedraagt 15.883.

17. Het brandpunt ligt op een afstand $\frac{R(2n_1 - n_2)}{2(n_2 - n_1)}$ van het grensvlak, waardoor de lichtstralen uittreden.

18. Het is reëel voor $n_1 < n_2 < 2n_1$, virtueel voor $n_2 < n_1$ en voor $n_2 > 2n_1$

19 Voor $n_2 < \frac{2}{3} n_1$ ligt het links van het middelpunt, binnen den bol; voor $\frac{2}{3} n_1 < n_2 < n_1$ links, buiten den bol; voor $n_1 < n_2 < 2n_1$ rechts, buiten den bol; voor $2n_1 < n_2$ rechts van het middelpunt binnen den bol.

20. Geschiedt door volgens (8) en (9) de waarden van f_1, f_2, g_1 en g_2 in (26) of (27) te substitueeren.

21. Volgt onmiddelijk uit (64).

22. Zij vallen samen met de lijn, die de lens aanduidt. De formules worden: $\frac{v_1}{v_3} = 1 - \frac{l}{F}$ en $\frac{v_3}{v_1} = 1 - \frac{b}{F}$.

23. A. Positieve lenzen.

Wanneer het voorwerp zich verplaatst van ∞ tot het eerste brandpunt, dan verplaatst zich het beeld van het tweede brandpunt tot ∞. Bij $l = F$ verspringt het beeld van $+$ op $- \infty$. Verder heeft men voor:

1. $l > F$: beeld is reëel en omgekeerd.
   - α. $l > 2F$: beeld is verkleind.
   - β. $l = 2F$: beeld is evengroot als 't voorwerp.
   - γ. $l < 2F$: beeld is vergroot.
2. $l = F$: beeld is oneindig groot, ligt op oneindigen afstand en kan naar willekeur als reëel of als virtueel, als recht of als omgekeerd worden opgevat.

Als het voorwerp zich van het eerste brandpunt naar de lens beweegt, nadert het beeld van $- \infty$ eveneens de lens en bereikt deze tegelijk met het voorwerp; voor $l = \frac{1}{2}F$ ligt het beeld in het eerste brandpunt. Verder is:

3. $0 < l < F$: beeld virtueel, recht, vergroot.
4. $l = 0$: beeld en voorwerp vallen in de lens samen.

Wanneer ten slotte het voorwerp virtueel wordt, dan wordt het beeld weer reëel; beide bewegen zich gelijktijdig van de lens af. Men heeft alsdan verder:

5. $l < 0$: beeld reëel, recht en verkleind.

B. Negatieve lenzen.

Beweegt zich het voorwerp van ∞ tot aan de lens, dan verplaatst zich het beeld van het eerste brandpunt tot aan de lens, en bereikt deze gelijk met het voorwerp. Men heeft dan:

1. $l > 0$: beeld virtueel, recht en verkleind.
2. $l = 0$: beeld en voorwerp vallen in de lens samen.

Wanneer zich het voorwerp van 0 tot aan het tweede brand-

punt verplaatst, dan verplaatst zich het beeld van 0 tot ∞: hierbij is voor:

3. $0 > l > F$: beeld reëel, vergroot, recht.
4. $l = F$: beeld oneindig groot, naar willekeur als reëel of als virtueel, als recht of als omgekeerd op te vatten.

Bij $l = F$ verspringt weer het beeld van $+$ op $-\infty$; beweegt zich dan 't virtueele voorwerp verder van het 2e brandpunt tot $-\infty$, dan nadert het beeld van $-\infty$ het 1e brandpunt, en heeft men verder:

5. $l < F$: beeld virtueel, omgekeerd.
   α. $l > 2F$: beeld verkleind.
   β. $l = 2F$: voorwerp en beeld evengroot.
   γ. $l < 2F$: beeld vergroot.

---

25. De afstand van het p. p. tot de cornea is ongeveer 130 mM.

26. Het 2e knooppunt van de lens moet samenvallen met het eerste van het oog (of met het punt der samengevallen knooppunten). Door concaafconvexe lenzen, waarbij de knooppunten achter de lens vallen, zou dit te bereiken zijn.

27. De breedte der banden moet ruim 13 mM. bedragen.

28. De banden behoeven slechts 8 mM. breed te zijn.

29. Hij zal sterk myoop wezen.

30. De lens behoort dan een brekingsindex te hebben, geringer dan die van water. Het doel zou bijv. worden bereikt door een holle, biconcave glaslens, die met lucht is opgevuld.

31. Het p. p. ligt 10 cM. vóór het oog.

32. $R = \frac{1}{7} = 0.14$ M. Verder is 't duidelijk, dat iemand met M 7, die zijn totaal accommodatie-vermogen $\frac{1}{A} = 10$ in werking stelt, voor denzelfden afstand is ingesteld als een emmetroop, die voor zijn accommodatie-vrij oog een lens van $10 + 7 = 17$ houdt, dus voor een afstand (de gezochte P) van bijna 6 cM.

33. Een accommodatie-vrije emmetroop stelt in voor een op

5 cM. afstand gelegen punt door $+20$, voor een 10 cM. afgelegen punt door $+10$; om dus van 10 op 5 cM. in te stellen is een accommodatie $20 - 10 = 10$ noodig, zoodat in 't bedoelde geval $\frac{1}{A} = 10$ is. De lengte van het accommodatie-gebied is 5 cM.

34. Die persoon heeft 5 dioptrieën van zijn accommodatievermogen noodig om in de verte te zien; door de overige 5 wordt het p. p. op 0.20 M. gebracht.

35. *a*) $R - P = 17$ cM. bijna; *b*) $R - P = 6$ cM. ruim.

36. Naar een 20 cM. achter 't oog gelegen punt.

37. Wanneer het oog met 2 accommodeert is dus het effect hetzelfde, alsof de hypermetropie met 2 werd verminderd. Het punt waarheen de lichtstralen moeten convergeeren, ligt dus in dat geval $\frac{1}{5-2} = 0.33$ M. ruim achter 't oog.

38. H 4.

39. De myoop wordt door -5 emmetroop; een emmetroop krijgt door $+2$ een grootsten afstand van duidelijk zien $= 50$ cM.; $-5 + 2 = -3$ is dus de lens, die bij den bewusten myoop het p. r. op den gewenschten afstand brengt.

40. Wanneer de hypermetroop een brilleglas in plaats van vlak vóór het oog op een bepaalden afstand er van houdt, dan zijn de netvliesbeelden vergroot, en, althans voor 't centrale deel, toch scherp, zoodat het brilleglas als verrekijker werkt. Berekening:

Stellen we dat de hypermetroop zijn oog in rust stelt, en dat hij de lens zoolang van zijn oog afbeweegt, totdat haar brandpunt samenvalt met het bij zijn manifeste hypermetropie behoorende p. r. Alsdan zullen, zooals duidelijk is, de beelden, die van verafgelegen voorwerpen door oog + lens op het netvlies optreden, scherp zijn. Vergelijken we nu de grootte der netvliesbeelden, die van een zelfde voorwerp, mèt en zonder brilleglas gezien, gevormd worden. Noemen we den brandpuntsafstand der lens f, dien van 't oog in toestand van rust F', en dien voor toestand van accommodatie voor evenwijdige stralen F. Zij het beschouwde voorwerp gelegen op een afstand l,

en stellen we zijn grootte v_1; noemen we verder de grootten van het door het oog alléén op de retina ontworpen beeld, van het door de lens alléén gevormde, en van het door oog + lens ontworpene, achtereenvolgens v'_3, v_2 en v_3. We hebben dan: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{l}{f} - 1$ of bij benadering $= \frac{l}{f}$; verder is $\frac{v_2}{v_3} = 1 + \frac{R'}{F'}$ (waarbij R' den afstand van 't p. r. achter het oog aangeeft), zoodat men benaderend mag stellen: $\frac{v_2}{v_3} = \frac{R'}{F'}$ en $\frac{v_1}{v_3} = \frac{l\,R'}{f\,F'}$. Verder is ook $\frac{v_1}{v'_3} = \frac{l}{F} - 1$, of nagenoeg $= \frac{l}{F}$. In het eerste geval hebben we dus $v_3 = \frac{v_1}{l} \times \frac{f}{R'} \times F'$; in het laatste $v'_3 = \frac{v_1}{l} \times F$. Daar $f > R'$ en $F' > F$ is dus $v_3 > v'_3$. — Een hypermetroop alléén kan echter op deze wijze van een enkele positieve lens voordeel trekken, want hij alleen kan voor *achter* zijn oog gelegen lichtpunten accommodeeren. Een emmetroop zou op die wijze met een positieve lens steeds diffuse beelden verkrijgen. Door zich met een negatieve lens hypermetroop te maken, zou ook deze hetzelfde doel bereiken; het positieve en negatieve glas samen vormen dan niets anders dan een zoog. hollandschen verrekijker.

---

41. Ruim 1.1 cM.

42. 1.0 cM.

43. De afstand bedraagt ruim 0.021 mM.

44. Dicht vóór 't oog, want afgezien van andere voordeelen is dan 't netvliesbeeld grooter.

45. Zoo dicht mogelijk bij elkander, want krachtens (26) en (27) is dan de brandpuntsafstand 't kleinst, dus de vergrooting 't grootst.

---

46. Het draait in denzelfden zin.

47. Een myoop moet den tubus naar beneden, een hypermetroop naar boven verschuiven.

48. Omdat de stralen der afbeeldende lichtkegels juist ter hoogte van het diaphragma zich weer tot punten vereenigen.

49. Dat, naarmate de lucht ijler is, de geluiden zwakker worden.

50. Neen.

51. Wanneer de spiegeloppervlakte uit O gezien wordt onder een hoek I O I′.

52. Omdat het in de lichtbron beschikbare licht bij het doorloopen van den verlichtingstoestel des te meer wordt verzwakt, naarmate deze laatste uit meer brekende en reflecteerende vlakken bestaat.

54. De vergrooting bedraagt: $\frac{250}{1,373} - 1 = 181$.

55. Een dispansief systeem, want de brandpuntsafstand is negatief.

56. Wanneer men voor een object — dat groot genoeg is — eerst als gewoonlijk instelt, en vervolgens den tubus langzaam naar beneden schuift, dan zal men weldra boven het oculair een reëel beeldje van het voorwerp zien verschijnen, zooals vooral duidelijk is, wanneer men dit opvangt op dun, doorschijnend papier.

57. De oorzaak dezer schijnbare tegenspraak ligt in het verwaarloozen der lens-dikte bij de lenzenformules. Wanneer men bij een negatieve lens haar dikte niet verwaarloost, en rekening houdt met de juiste ligging van het 2e hoofdvlak, dan zal men, als dit laatste buiten de lens ligt, aan de andere zijde als vanwaar het licht komt (deze ligging komt voor bij negatieve concaafconvexe lenzen) wel degelijk vinden dat ook reëele beelden mogelijk zijn.

58. Alleen aan v', want ten opzichte van het objectief bevindt zich het beeld niet op 25 cM. vóór het systeem.

59. Ongeveer 0.25 μ.

60. De diepte van het accommodatie-gebied bedraagt 0.25 μ, de totale diepte van het veld: 0.5 μ.

61. De openingshoek bedraagt nagenoeg 74°.

62. Een numerische apertuur 1.30.

---

63. Neen, want een op het objectglas met een tophoek van 180° invallenden lichtkegel (die dus feitelijk het mogelijke al heeft overschreden) zou zich in de immersie-vloeistof tot een kegel van ongeveer 84° tophoek samentrekken, en het bedoelde objectief heeft een openingshoek van ongeveer 113°.

64. Door een condensor, waarvan de bovenvlakte door een vloeistof van hooger brekingsindex met de ondervlakte van het voorwerpglaasje verbonden is, en die dan een numerische apertuur 1.25 bezit.

Theoretisch zou hetzelfde ook mogelijk wezen door een condensor van geringere numerische apertuur, of zelfs door de spiegel alléén, wanneer de lichtbron door een medium van hoogeren brekings-index dan die van lucht, met het object verbonden was.

65. De num. apert. bedraagt 0.34.

66. Wanneer men onderstelt dat de van het object afkomstige lichtstralen onder een hoek van nagenoeg 90° met den normaal op het dekglaasje invielen, dan zou de bedoelde apertuur ongeveer 1.33 moeten bedragen.

---

67. Dat men geteekend heeft, wat in 't praeparaat bij één bepaalde instelling scherp te zien was. Daar zoo'n optische doorsnede zeer dun is, verkrijgt ze meestal 't karakter — en wanneer ze dit al niet geheel heeft, dan geeft men het er toch dikwijls in de teekening aan — van een ideale doorsnede zonder eenige dikte.

68. Neen.

69. De afstand is *n d*.

70. Ja, want dan fungeert microscoop + dekglaasje als één optisch stelsel, dat onmiddelijk op het voorwerp wordt gericht, terwijl in de werkelijk voorkomende gevallen de micro-

scoop op het door het dekglaasje van het voorwerp gevormde beeld gericht wordt.

71. De accommodatie-diepte is dan 0.28 μ.

72. Met dat van een staanden cylinder.

73. Ja; alsdan is de normaal-bundel, die een punt P (fig. 26, pag. 144) uitzendt, ten deele opgebouwd uit stralen, die onmiddelijk van de ondervlakte afkomstig zijn, ten deele uit stralen die daar ingevallen en daarna tegen een zijvlak gereflecteerd zijn, ten deele uit stralen, die door een zijvlak zijn ingetreden.

74. Ja, want aan (69) wordt dan voldaan.

75. De tinten bijv., vooral bij instelling op het benedenvlak, zullen kunnen worden gewijzigd. Stellen we bijv. dat de cylinder minder brekend is en dat de ondervlakte instellingsvlak is; er zal nu wel een overmaat van blauw licht op de optische doorsnede van den cylinder gericht blijven, doch het roode licht zal nu niet alleen op de aangrenzende deelen van het veld, doch ook op de optische doorsnede van den cylinder gericht kunnen zijn. De blauwachtige tint van de cylinderdoorsnede zal dus minder of meer kunnen worden geneutraliseerd, en de roode van het aangrenzende veld zal zwakker zijn. Wanneer de overmaat van blauwe stralen alleen op den rand van de cylinder-doorsnede is gericht, en als de roode stralen door den cylinder diffuus worden verspreid, dan kan op deze wijze de minder brekende cylinder bij instelling op de ondervlakte grootendeels roodachtig zijn getint.

76. Hij wordt smaller.

77. Tot aan het centrum, doordien dan $\omega = d$ is, zooals men gemakkelijk uit (72) en (75) afleidt.

78. Het heldere gedeelte in het beeld krijgt een excentrische ligging.

79. De luchtbellen ontvangen nu van elkander licht; stralen, die tegen de oppervlakte van den eenen bol zijn gereflecteerd, en die, wanneer er geen tweede bol was, slechts tot de verlichting van het omgevende veld zouden bijdragen, worden nu door den anderen bol opgevangen, en dragen tot zijn verlichting bij.

80. Bij den staanden cylinder, vgl. § 82 pag. 163.

81. De brandpuntsafstand bedraagt — 52.

---

82. Op verschillende vergrooting, die het gezichtsveld op verschillende plaatsen ondergaat. Hierbij zijn echter alleen die verschillen van invloed, welke bij de reëele beeldvorming reeds waren opgetreden; de ongelijkmatige vergrooting, die het veld in verschillende deelen bij de beeldvorming door de eigenlijke oculair-lens ondergaat, ondergaat in volkomen dezelfde mate ook de schaalverdeeling van den oculair-micrometer.

83. Voor metingen volstrekt niet. Bij den glas-micrometer is echter de kennis er van gemakkelijk, omdat men dien dan bij zwakkere systemen ook als object-micrometer kan gebruiken, waartoe de gewone object-micrometer, met intervallen van $\frac{1}{100}$ mM., te fijn is verdeeld.

84. In werkelijkheid zullen ook wel veranderingen in de ligging der uittredingspupil bij gebruik van verschillende objectieven optreden, doch ze zijn practisch van niet veel gewicht. Vooreerst al hebben we op pag. 109 gezien, dat voor niet te zwakke systemen de uittredingspupil nagenoeg met het bovenste hoofdvlak samenvalt, en uit (23) leidt men verder gemakkelijk af, dat de ligging van het 2° hoofdvlak bij den microscoop hoofdzakelijk door de brandpuntsafstanden van het oculair wordt beheerscht.

85. Zeer weinig. Wanneer n de index van glas, l de lichtweg van het teekenvlak tot het zijvlak van het rechtsche prisma (zie fig. 41), en de gezamenlijke dikte der beide prisma's δ is, dan zullen volgens (66), pag. 140, de van het teekenvlak komende stralen, na breking in het glas, gericht zijn op punten, die $l + \frac{1}{n}\delta$ onder de bovenvlakte liggen, zoodat dus bedoelde invloed zich tot een verkorting van slechts weinige millimeters van den afstand van het teekenvlak zal bepalen.

86. $+ 4$ of $+ \frac{1}{9}$.

87. $— 13$ of $— \frac{1}{3}$.

---

88. De afstand der strepen zal niet kleiner dan 0.743 μ mogen wezen [1]).

89. De grens bedraagt 0.671 μ.

90. Zij blijft hetzelfde.

91. Het oplossend vermogen wordt dan 0.512 μ.

92. Neen, want in dat geval is steeds een deel der afgebogen bundels bij de beeldvorming onwerkzaam.

---

1) Men zij hierbij er aan indachtig, dat deze grenswaarden, bij de gewone rechte verlichting wat kleiner zullen worden. Hier toch vallen nooit evenwijdige lichtstralen in, maar kegels van zekere opening, en van deze bepalen eigenlijk de buitenste stralen, die men als scheef invallende bundeltjes kan beschouwen, de grens van 't oplossend vermogen. Men kan zich echter steeds van den invloed van min of meer scheeve verlichting een voorstelling maken, als men in aanmerking neemt, dat bij uiterst scheef invallend licht, de afstand der strepen, waarvan nog juist een aanduiding zichtbaar is, ongeveer de helft wordt van den afstand, die daartoe bij recht invallend licht vereischt is.

ALPHABETISCH REGISTER.


WELLCOME
LIBRARY
INSTITUTE

1.	2. **Eén brekend vlak.**	Nummer der formules.	3.	4. **Twee brekende vlakken.** Samenstelling van $[S_1]$ en $[S'_1]$.	Nummer der formules.	5. **n brekende vlakken.** Samenstelling van $[S_1, \ldots S_{n-1}]$ en $[S'_1]$.	Nummer der formules.	6. **$n+m$ brekende vlakken.** Samenstelling van $[S_1, \ldots S_n]$ en $[S'_1, \ldots S'_m]$.
Afstand van het grensvlak tot het beeld.	$b=\frac{l\,n\,r}{nl-m(l+r)}$ afgeleid uit: $\frac{m}{l}+\frac{n}{b}=\frac{n-m}{r}$	(3)	Afstand van het 2e hoofdvlak vau $[S_1, \ldots S_n]$ tot het definitieve beeld.	$b_2=\frac{g_2(l_1 f_2+f_1 e-l_1 e)}{l_1(f_2+g_1-e)-f_1(g_1-e)}$	(20)	$\beta_2=\frac{{}^{n-1}\Phi_2(l_1 f_2+f_1 e-l_1 e)}{l_1(f_2+{}^{n-1}\Phi_1-e)-f_1({}^{n-1}\Phi_1-e)}$	(37)	$\beta_2=\frac{{}^{n}\Phi_2(\lambda_1\,{}^{m}\Phi_2+{}^{m}\Phi_1\,e-\lambda_1\,e)}{\lambda_1({}^{m}\Phi_2+{}^{n}\Phi_1-e)-{}^{m}\Phi_1({}^{n}\Phi_1-e)}$
Afstand van het grensvlak tot het 1e hoofdbrandpunt.	$l^f=\frac{m\,r}{n-m}$	(8)	Afstand van het 1e hoofdpunt van $[S'_1, \ldots S'_m]$ tot het 1e hoofdbrandpunt van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$l^f_1=\frac{f_1(g_1-e)}{f_2+g_1-e}$	(24)	$l^{\Phi}_1=\frac{f_1({}^{n-1}\Phi_1-e)}{f_2+{}^{n-1}\Phi_1-e}$	(41)	$\lambda^{\Phi}_1=\frac{{}^{m}\Phi_1({}^{n}\Phi_1-e)}{{}^{m}\Phi_2+{}^{n}\Phi_1-e}$
Afstand van het grensvlak tot het 2e hoofdbrandpunt.	$b^f=\frac{n\,r}{n-m}$	(9)	Afstand van het 2e hoofdpunt van $[S_1, \ldots S_n]$ tot het 2e hoofdbrandpunt van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$b^f_2=\frac{g_2(f_2-e)}{f_2+g_1-e}$	(25)	$\beta^{\Phi}_2=\frac{{}^{n-1}\Phi_2(f_2-e)}{f_2+{}^{n-1}\Phi_1-e}$	(42)	$\beta^{\Phi}_2=\frac{{}^{n}\Phi_2({}^{m}\Phi_2-e)}{{}^{m}\Phi_2+{}^{n}\Phi_1-e}$
Afstand van het grensvlak tot het 1e hoofdvlak.	$l^h=o$		Afstand van het 1e hoofdvlak van $[S'_1, \ldots S'_m]$ tot dat van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$l^h_1=\frac{f_1\,e}{e-f_2-g_1}$	(22)	$l^h_1=\frac{f_1\,e}{e-f_2-{}^{n-1}\Phi_1}$	(39)	$\lambda^h_1=\frac{{}^{m}\Phi_1\,e}{e-{}^{m}\Phi_2-{}^{n}\Phi_1}$
Afstand van het grensvlak tot het 2e hoofdvlak.	$b^h=o$		Afstand van het 2e hoofdvlak van $[S_1, \ldots S_n]$ tot dat van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$b^h_2=\frac{g_2\,e}{e-f_2-g_1}$	(23)	$\beta^h_2=\frac{{}^{n-1}\Phi_2\,e}{e-f_2-{}^{n-1}\Phi_1}$	(40)	$\beta^h_2=\frac{{}^{n}\Phi_2\,e}{e-{}^{m}\Phi_2-{}^{n}\Phi_1}$
Afstand van het 1e hoofdpunt tot het 1e hoofdbrandpunt.	$f_1=l^f$		Afstand van het 1e hoofdpunt tot het 1e hoofdbrandpuut van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	${}^{2}\Phi_1=\frac{f_1\,g_1}{f_2+g_1-e}$	(26)	${}^{n}\Phi_1=\frac{f_1\,{}^{n-1}\Phi_1}{f_2+{}^{n-1}\Phi_1-e}$	(43)	${}^{m+n}\Phi_1=\frac{{}^{m}\Phi_1\,{}^{n}\Phi_1}{{}^{m}\Phi_2+{}^{n}\Phi_1-e}$
Afstand van het 2e hoofdpunt tot het 2e hoofdbrandpunt.	$f_2=b^f$		Afstand van het 2e hoofdpunt tot het 2e hoofdbraudpunt van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	${}^{2}\Phi_2=\frac{f_2\,g_2}{f_2+g_1-e}$	(27)	${}^{n}\Phi_2=\frac{f_2\,{}^{n-1}\Phi_2}{f_2+{}^{n-1}\Phi_1-e}$	(44)	${}^{m+n}\Phi_2=\frac{{}^{m}\Phi_2\,{}^{n}\Phi_2}{{}^{m}\Phi_2+{}^{n}\Phi_1-e}$
			Verhouding van de definitieve beeldgrootte en van de grootte van het voorwerp in elementen van $[S_1, \ldots S_n]$ en $[S'_1, \ldots S'_m]$.	$\frac{v_3}{v_1}=\frac{f_1\,g_1}{l_1(e-f_2-g_1)-f_1(e-g_1)}$	(21)	$\frac{v_{n+1}}{v_1}=\frac{f_1\,{}^{n-1}\Phi_1}{l_1(e-f_2-{}^{n-1}\Phi_1)-f_1(e-{}^{n-1}\Phi_1)}$	(38)	$\frac{v_{m+n+1}}{v_1}=\frac{{}^{m}\Phi_1\,{}^{n}\Phi_1}{\lambda_1(e-{}^{m}\Phi_2-{}^{n}\Phi_1)-{}^{m}\Phi_1(e-{}^{n}\Phi_1)}$
Verhouding der grootten van voorwerp en beeld.	$\frac{v_1}{v_2}=1-\frac{l}{f_1}$	(12)	Verhouding van voorwerp- en beeldgrootte in elementen van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$\frac{v_1}{v_3}=1-\frac{\lambda}{{}^{2}\Phi_1}$	(29)	$\frac{v_1}{v_{n+1}}=1-\frac{\lambda}{{}^{n}\Phi_1}$	(45)	$\frac{v_1}{v_{m+n+1}}=1-\frac{\lambda}{{}^{m+n}\Phi_1}$
Verhouding der grootten vau beeld en voorwerp.	$\frac{v_2}{v_1}=1-\frac{b}{f_2}$	(13)	Verhouding van beeld- en voorwerpgrootte in elementen vau $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$\frac{v_3}{v_1}=1-\frac{\beta}{{}^{2}\Phi_2}$	(30)	$\frac{v_{n+1}}{v_1}=1-\frac{\beta}{{}^{n}\Phi_2}$	(46)	$\frac{v_{m+n+1}}{v_1}=1-\frac{\beta}{{}^{m+n}\Phi_2}$
Betrekking tusschen licht- en beeldpuntsafstanden en de hoofdbrandpuntafstanden.	$\frac{f_1}{l}+\frac{f_2}{b}=1$	(14)	Betrekking tusschen de afstanden van licht- en beeldpunt (vanaf de hoofdvlakken van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$ gemeten) en de hoofdbrandpuntsafstanden van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$\frac{{}^{2}\Phi_1}{\lambda}+\frac{{}^{2}\Phi_2}{\beta}=1$	(31)	$\frac{{}^{n}\Phi_1}{\lambda}+\frac{{}^{n}\Phi_2}{\beta}=1$	(47)	$\frac{{}^{m+n}\Phi_1}{\lambda}+\frac{{}^{m+n}\Phi_2}{\beta}=1$
Afstand van het grensvlak tot het 1e knooppunt.	$l^k=-(f_2-f_1)=-r$	(15)	Afstand van het 1e hoofdpunt tot het 1e knooppunt van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$\lambda^k=-({}^{2}\Phi_2-{}^{2}\Phi_1)$	(32)	$\lambda^k=-({}^{n}\Phi_2-{}^{n}\Phi_1)$	(48)	$\lambda^k=-({}^{m+n}\Phi_2-{}^{m+n}\Phi_1)$
Afstand van het grensvlak tot het 2e knooppunt.	$b^k=f_2-f_1$	(16)	Afstand van het 2e hoofdpunt tot het 2e knooppunt van $[S_1, \ldots S_n, S'_1, \ldots S'_m]$.	$\beta^k={}^{2}\Phi_2-{}^{2}\Phi_1$	(33)	$\beta^k={}^{n}\Phi_2-{}^{n}\Phi_1$	(49)	$\beta^k={}^{m+n}\Phi_2-{}^{m+n}\Phi_1$

Geschematiseerde afbeelding eener horizontale doorsnede door het rechteroog.

